Хлынова Н.С., учитель математики

МОУ «СОШ № 56 УИМ» г. Магнитогорска

**Методы решения уравнений в школьном курсе алгебры: обобщающие таблицы**

Уравнения и неравенства представляют одну из содержательно-дидактических линий курса математики основной и средней школы. Пропедевтика этой линии начинается уже в пятом и шестом классе. С седьмого класса реализуется систематический подход: сначала это обучение решению линейных и сводящихся к ним, в восьмом и девятом классе – квадратные уравнение, целые и дробно-рациональные, в десятом изучаются тригонометрические и иррациональные уравнения. И завершают содержательно-дидактическую линию – показательные и логарифмические уравнения. Таким образом темы, связанные с решением уравнений, занимают весьма значительное место в школьном курсе математики, их изучению придается особое значение. Кроме того эти темы широко реализуют внутрипредметные и межпредметные связи.

 При обучении школьников решению уравнений учителю важно организовать работу таким образом, чтобы у обучающихся формировался целостный взгляд на эту тему. Такую работу, по нашему мнению, можно организовать, используя составление с обучающимися опорных тематических таблиц, описывающих приемы, методы, а также подходы к решению уравнений каждого вида. Дидактическая особенность этих опорных таблиц заключается в том, что создаются они каждым обучающимся поэтапно, заполняются и расширяются от урока к уроку и к концу изучаемой темы приобретают законченный целостный вид. Кроме того, готовые опорные таблицы могут быть эффективны при обобщении и систематизации знаний на уроках обобщающего повторения как в девятом, так и одиннадцатом классе.

 В настоящей работе мы представляем опорные таблицы по темам «Квадратные уравнения», «Методы и приемы решения целых уравнений», «Методы и приемы решения тригонометрических уравнений».

 **Решение квадратных уравнений (*ax2+bx+c=0, a≠0*)**

|  |  |
| --- | --- |
| **неполные b=0 (и/или) c=0** | **полные**  |
| ***b=0,с=0*** | ***b≠0,c=0*** | ***b≠0,c=0*** | ***b≠0,с≠0*** |
| ***ax2=0******х=0*** | ***ax2+bx=0******х(ах+b)=0***$\left[\begin{array}{c}х=0\\ах+b=0\end{array}\right.$ | ***ax2+ c=0******x2=-***$\frac{с}{а}$***1)*** $\frac{с}{а}<0$***, корней нет***$2)\frac{с}{а}>0$***, х=±***$\sqrt{-\frac{с}{а}}$ | **I.**$D=b^{2}-4ac$**1)D<0,корней нет****2)D=0,**$х=-\frac{b}{2a}$**3)D>0,**$x=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}$**II.b-четный**$$D\_{1}=\left(\frac{b}{2}\right)^{2}-ac$$**1)D1<0,корней нет****2)D1=0,**$х=-\frac{b}{2a}$**3)D1>0,**$x=\frac{-\frac{b}{2}\pm \sqrt{D}}{a}$**III. D>0**$$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}∙x\_{2}=\frac{c}{a},\\x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a}.\end{array}\right.$$**IV.а) если a+b+c=0, то**$$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{х=1,}{х=\frac{а}{с}}\right.$$**б) если a+c=b, то**$$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{х=-1,}{х=-\frac{а}{с}}\right.$$ |

***Методы решения целых уравнений высоких степеней***

|  |  |
| --- | --- |
| **метод замены** | **метод разложения на множители** |
| Явная замена (например биквадратные уравнения) | Вынесение общего множителя за скобки, группировка, ФСУ |
| Уравнения вида (х-a)(x-b)(x-c)(x-d)=e,e≠0Попарно перемножаем скобки (первую со второй и третью с четвертой, если а+b=c+d.Замена | Деление уголком (целые корни среди делителей свободного члена, если α-корень, делим на х-α) |
| Возвратные уравнения $$ax^{4}+bx^{3}+cx^{2}+bx+a=\left.0\right|:х^{2},0 не корень$$Группируем одинаково отстоящие от концов уравнения слагаемые, выносим общий числовой множитель, выделяем полный квадрат, замена |
| Обобщенные возвратные уравнения$$ax^{4}+bx^{3}+cx^{2}+kbx+ak^{2}=0$$Прием решения см. в «Возвратные уравнения» | Метод неопределенных коэффициентов |
| Уравнения вида $(x-a)^{4}+(x-b)^{4}=c,c\ne 0$Замена t=$x-\frac{a+b}{2}$, применить бином Ньютона (или дважды возвести в квадрат), решить биквадратное уравнение |

***Методы решения тригонометрических уравнений***

|  |  |
| --- | --- |
| **общие** | **специальные** |
| ***Замена*** (явная) | **Приведение к однородному уравнению**Применяются:- формулы двойных углов (cos2x=cos2x-sin2x; sin2x=2sinxcosx )-свободный член расписывается по ОТТ |
| ***Приведение к алгебраическому уравнению***- расписывание двойных углов, используя формулу, позволяющую все выразить через одну тригонометрическую функцию+замена- если уравнение зависит только от синуса и косинуса одного аргумента, при этом, например, косинус входит только в четной степени, выражаем все через синус (по ОТТ) | **Введение вспомогательного угла**Применяется для уравнения вида **asinx+bcosx=c,с≠0**(если с=0, решаем как однородное первой степени)Делим обе части уравнения на $\sqrt{а^{2}+b^{2}}$ |
| **Однородное**В левой части относительно синуса и косинуса (одного аргумента) одна степень у каждого слагаемого, **в правой части 0**Делим на **косинус** в наибольшей степени, при этом проверить, нельзя ли было косинус вынести за скобки (если можно, то выносим) | **Применение формул тригонометрии**- вижу сумму, делаю произведение- вижу произведение, делаю сумму - вижу степень, понижаю ее |
| **Разложение на множители** (вынесение за скобки общего множителя, группировка, ФСУ) | **Равенство одноименных тригонометрических функций**$$sinf\left(x\right)=sing\left(x\right)\leftrightarrow \left[\begin{array}{c}f\left(x\right)=g\left(x\right)+2πk\\f\left(x\right)=π-g\left(x\right)+2πn\end{array}\right.$$$$cosf\left(x\right)=cosg\left(x\right)\leftrightarrow \left[\begin{array}{c}f\left(x\right)=g\left(x\right)+2πk\\f\left(x\right)=-g\left(x\right)+2πn\end{array}\right.$$$$tgf\left(x\right)=tgh\left(x\right)\leftrightarrow \left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)=h\left(x\right)+πk\\f\left(x\right)\ne \frac{π}{2}+πn\end{array}\right.$$ |
| **Графический** | **Универсальная подстановка**Все тригонометрические функции двойного угла выражаются через тангенс$tg2x=\frac{2tgx}{1-tg^{2}x}$; $sin2x=\frac{2tgx}{1+tg^{2}x}$ ; $sin2x=\frac{1-tg^{2}x}{1+tg^{2}x}$*Внимание*: при использовании этих формул возможна потеря решения х=$\frac{π}{2}+πк$, поэтому при таком методе решения, отдельным пунктом проверяют данную серию корней |
| **Применение свойств функций** (как правило, используется свойство ограниченности тригонометрических функций) | **«Специальная» замена**Если уравнение зависит от суммы (разности) синуса и косинуса одного аргумента и их произведения, то сумму (разность) заменяем на t, рассматриваем t2. |