**Устное решение приведённых квадратных уравнений**

**Квадратным уравнением**называют уравнение вида ***ах²+bх+с=0***, где *х –* переменная, коэффициенты *а, b, с* - некоторые числа, причем, *а≠0*. Коэффициенты *а, b, с* различают по названиям: *а* – первый или старший коэффициент; *b* – второй или коэффициент при *х; с* – свободный член, свободен от переменной х. Квадратное уравнение также называют уравнением второй степени, так как его левая часть есть многочлен второй степени.

**Корнем квадратного уравнения *ах²+bх+с=0***называют всякое значение переменной *х,* при котором квадратный трехчлен *ах²+bх+с* обращается в нуль; такое значение переменной *х* называют также корнем квадратного трехчлена.

Можно сказать и так: корень квадратного уравнения *ах²+bх+с=0* – это такое значение х, подстановка которого в уравнение обращает уравнение в верное числовое равенство. **Решить квадратное уравнение**– это значит найти все его корни или установить, что их нет.

Многие задачи в математике связаны с необходимостью решения квадратных уравнений. Часто при решении одной задачи встречаются несколько таких уравнений, поэтому, полезно знать метод устного решения квадратных уравнений, который не только помогает экономить время, но и развивает навыки в разложении чисел на множители, что бывает полезным при устных вычислениях громоздких арифметических выражений.

Наиболее распространено устное решение приведенных квадратных уравнений, но и оно у многих учеников вызывает затруднение из-за отсутствия жёсткого алгоритма действий, особенно в случаях, когда корни имеют разные знаки.

Напомню теоретические сведения: *Квадратное уравнение называют****приведенным****, если старший коэффициент равен 1;* т.е. приведенное квадратное уравнение имеет вид: *x2 + bx + с = 0.*

По следствию из теоремы Виета: если *х1* и *х2* – корни приведенного квадратного уравнения *x2 + bx + с = 0, то* $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}x\_{2}=с,\\x\_{1}+ x\_{2}=-b.\end{array}\right.$

Отсюда можно сделать следующие **выводы:**

|  |
| --- |
| *1. Если в уравнении последним знаком является «минус», то корни имеют разные знаки, причём знак меньшего корня совпадает со знаком второго коэффициента в уравнении. Зная, что при сложении чисел с разными знаками их модули вычитаются, заметим: для нахождения корней приведённого уравнения необходимо выполнить следующие действия:**1) найти такие множители числа c, чтобы их разность была равна числу b;**2) поставить перед меньшим из найденных чисел второй знак уравнения, а другой корень будет иметь противоположный знак.* |

**Пример 1**. Решить уравнение: x2 – 3x – 18 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 18 (18 = 18·1 = 9·2 = 6 ·3) выбираем те, разность которых равна 3. Это числа 3 и 6. Перед меньшим числом ставим второй знак уравнений, т.е. «минус». Таким образом, $x\_{1}$= – 3, $x\_{2}$ = 6 – корни уравнения.

Такой алгоритм помогает очень быстро решать уравнения тем учащимся, у которых имеются проблемы с подбором знаков в теореме Виета.

**Пример 2.** Решить уравнение: x2 + 10x – 24 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 24 (24 = 24·1 = 2·12 = 3·8 = 4·6) выбираем те, разность которых равна 10. Это числа 12 и 2, т.к. 12 – 2 = 10. Перед меньшим числом ставим второй знак уравнений, т.е. «плюс». Таким образом, $x\_{1}$= 2, $x\_{2}$ = –12 – корни уравнения.

**Пример 3.** Решить уравнение: x2 – 4x – 77 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 77 (77 = 77·1 = 7·11) выбираем те, разность которых равна 4. Это числа 11 и 7, т. к. 11 – 7 = 4. Так как в уравнении последним знаком является «минус», то корни имеют разные знаки, причём знак меньшего корня совпадает со знаком второго коэффициента. Таким образом, $x\_{1}$= – 7, $x\_{2}$ = 11 – корни уравнения.

**Пример 4.** Решить уравнение: x2 + 8x – 20 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 20 (20 = 20·1 = 2·10 = 4·5) выбираем те, разность которых равна 8. Это числа 10 и 2. Перед меньшим числом ставим второй знак уравнений, т.е. «плюс». Таким образом, $x\_{1}$= 2, $x\_{2}$ = –10 – корни уравнения.

**Пример 5**. Решить уравнение: x2 – 13x – 30 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 30 (30 = 30·1 = 15·2 = 10·3) выбираем те, разность которых равна числу 13. Это числа 2 и 15, т.к. 15 – 2 = 13. Так как в уравнении последним знаком является «минус», то корни имеют разные знаки, причём знак меньшего корня совпадает со знаком второго коэффициента. Таким образом, $x\_{1}$= – 2, $x\_{2}$ = 15 – корни уравнения.

***Задания для самостоятельного решения:***

1. Решите самостоятельно уравнения:

1) x2 – 5x – 14 = 0; 2) x2 + x – 56 = 0; 3) x2 – 7x – 8 = 0.

2. Составьте уравнение, корнями которого являются числа:

1) 6 и – 7; 2) 13 и – 9; 3) – 1 и 24; 4) – 5 и 4.

3. Составьте четыре произвольных уравнения с целыми корнями, имеющими разные знаки.

|  |
| --- |
| *2. Если в уравнении x2 + bx + c = 0 последним знаком является «плюс», то оба корня имеют одинаковые знаки, противоположные второму знаку уравнения.* |

**Пример 6**. Решить уравнение: x2 – 8x + 15 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 15 (15 = 15·1 = 5·3) выбираем те, сумма которых равна числу 8. Это числа 5 и 3, т.к. 3 + 5 = 8. Так как в уравнении последним знаком является «плюс», то корни уравнения имеют одинаковые знаки, противоположные второму знаку. Таким образом, $x\_{1}$= 3, $x\_{2}$ = 5 – корни уравнения.

**Пример 7**. Решить уравнение: x2 – 7x + 10 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 10 (10 = 10·1 = 5·2) выбираем те, сумма которых равна числу 7. Это числа 5 и 2, т.к. 2 + 5 = 7. Так как в уравнении последним знаком является «плюс», то оба корня имеют одинаковые знаки, противоположные второму знаку уравнения. Таким образом, $x\_{1}$= 2, $x\_{2}$ = 5 – корни уравнения.

|  |
| --- |
|  *3. Если в уравнении x2 + bx + c = 0 оба знака «плюс», то оба корня имеют знак «минус». Чтобы найти корни, нужно найти такие множители свободного члена, чтобы их сумма была равна числу b.* |

**Пример 8**. Решить уравнение: x2 + 7x + 12 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 12 (12 = 12·1 = 6·2 = 3·4) выбираем те, сумма которых равна числу 7. Это числа 3 и 7, т.к. 3 + 4 =7. Так как в уравнении оба знака «плюс», то корни уравнения будут иметь отрицательный знак. Таким образом, $x\_{1}$= – 3, $x\_{2}$ = – 4 – корни уравнения.

**Пример 9**. Решить уравнение: x2 + 9x + 14 = 0.

Решение: Из всех множителей числа 14 (14 = 14·1 = 7·2) выбираем те, сумма которых равна числу 9. Это числа 2 и 7, т.к. 2 + 7 = 9. Так как в уравнении оба знака «плюс», то корни уравнения будут иметь отрицательный знак. Таким образом, $x\_{1}$= – 2, $x\_{2}$ = – 7 – корни уравнения

***Задания для самостоятельного решения:***

1. Решите самостоятельно уравнения:

1) x2 – 11x + 24 = 0; 2) x2 + 4x + 3 = 0; 3) x2 – 17x + 30 = 0.

2. Составьте уравнение, корнями которого являются числа:

1) 5 и 7; 2) 11 и 8; 3) – 1 и – 6; 4) – 20 и – 4 .

|  |
| --- |
| *Таким образом, к любому приведённому квадратному уравнению x2 + bx + c = 0 можно применить следующий* ***алгоритм*** *отыскания корней:**1.* *найти множители свободного члена, для которых действие, указанное последним знаком уравнения, даёт второй коэффициент;**2. расставить знаки у найденных множителей по следующим правилам:** *если в уравнении два «плюса», то в ответе два «минуса»,*
* *если последний знак уравнения «минус», то меньшему корню присваивается второй знак уравнения, а больший корень имеет противоположный знак.*
 |