Тахтаракова Валентина Анатольевна, учитель математики МБОУ «Сорская СОШ №3 с УИОП», г. Сорск, Республика Хакасия

**Формулы сокращенного умножения**

*«Плохой учитель преподносит истину,*

*хороший - учит находить ее»*

*Адольф Дистервег*

Тема «Формулы сокращенного умножения» является основополагающей в разделе «Тождественные преобразования алгебраических выражений». Поэтому важно, чтобы учащиеся автоматически применять формулы не только при решении примеров, но и при выполнении других заданий: таких, как решение уравнений, преобразование выражений, доказательство тождеств.

Часто учащиеся 7 класса плохо решают примеры на вычисление с помощью формул сокращенного умножения. Некоторые семиклассники с трудом возводят в квадрат такой двучлен: 5а2 в + 4с4 , хотя словесную формулировку квадрата суммы двух чисел они дают четко и правильно. В чем причина такого расхождения теоретических знаний с практическими навыками? Мне кажется, что причиной такого разрыва является недостаточная работа учителя при изложении этой темы над подготовкой к восприятию учащимися нового материала.

Перед изучением этой темы я предлагаю учащимся ряд предварительных упражнений, способствующих более успешному усвоению ими формул сокращенного умножения. Продумывая данную тему, я решила, что для её глубокого понимания от учащихся требуется:

1)четкое знание алгебраического выражения, понимание его математического смысла;

2) умение представлять в алгебраической форме выражение, заданное в словесной форме (записать фразу математическими символами);

3)умение дать словесную формулировку алгебраическому выражению, записанному с помощью математической символики;

4)четкое знание порядка действий;

5)знание определения подобных членов многочлена;

6)умение свободно выполнять приведение подобных членов;

7)знание правила умножения многочлена на многочлен. На одном из уроков была проведена беседа по этим вопросам. Эта беседа показала, что если три последних вопроса учащиеся понимают хорошо, так как встречались с ними недавно, то первые четыре вопроса вызвали затруднения у многих. Стало ясно, что излагать новый материал без предварительной подготовки нельзя.

С этой целью на предшествующих уроках необходимо учащимся предложить такие упражнения:

1.Написать сумму чисел**а** и **в.**

2.Написать разность чисел **m** и**n.**

3.Написать произведение чисел**a**и **в.**

4.Написать частное от деления числа **m** на число **n.**

5.Написать удвоенное произведение чисел**а** и **в.**

6.Написать квадрат суммы чисел **x** и **y.**

7.Написать сумму квадратов чисел **x** и **y.**

8.Написать квадрат разности чисел **x** и **y.**

9.Написать разность квадратов двух чисел.

Когда повторять этот материал? Наверное, это лучше сделать в конце урока. Я сделала это так. Решая на уроке уравнения первой степени с одним неизвестным на основании определений и свойств арифметических действий, я заметила в конце урока усталость учащихся. Тогда я обратилась к ним с вопросом: «Устали?»

Зная, что за этим вопросом последует что-то особенное (часто в таких случаях я предлагала учащимся что-нибудь занимательное), они не без удовольствия утвердительно ответили на мой вопрос.

«Хотели бы вы знать, как быстро возводить в квадрат числа, близкие к 50?»-спросила я, а затем написала на доске 542 и спросила, чему равна эта степень.

Учащиеся ответили не сразу. Некоторые потянулись за карандашами.

*«А ведь этот пример решается почти мгновенно,»- заметила я. «Для этого следует к 25 прибавить цифру единиц 4, приписать к полученному числу 42=16 и результат готов:2916».*

Это удивило всех. Учащиеся попросили решить другой пример. Мы возвели в квадрат 58. Затем я предложила учащимся возвести в квадрат числа 51, 56, 59. Они нашли соответствующие степени и были удивлены необычайной быстротой, с которой выполнили эти действия.

Последовал вопрос: «Почему так?»

- Этому вопросу соответствует формулы сокращенного умножения: квадрат суммы двух чисел, квадрат разности двух чисел, которые мы скоро будем изучать. Формулы сокращенного умножения помогут вам воспроизводить и другие ускоренные вычисления.

В качестве мотиваций к выводу новой формулы можно предложить учащимся вычислить 33 3332 - 33 3322 за 30 секунд. после того, как они не справятся с этим заданием за указанное время, пояснить, что с помощью формулы сокращенного умножения, им это легко удастся.

Такой намек заинтересовал учащихся, и они с нетерпением стали ждать «волшебную» тему, которая так быстро производит вычисления. Учащиеся были предупреждены, что для успешного усвоения формул сокращенного умножения надо к этой теме подготовиться. Вот тут -то и были предложены им вопросы, рассчитанные на умение представлять в алгебраической форме выражение, заданное в форме словесной.

На очередном занятии мы по-прежнему в конце урока занимались записью и чтением алгебраических выражений. На этот раз учащиеся должны были прочесть следующие выражения: **a+b; x-y; (m+n)2; (c-d)2; 2xy; a2; a2+2ab+b2.**

Последнее выражение учащиеся читали так: квадрат числа а плюс удвоенное произведение числа а на число в и плюс квадрат числа в. Затем я назвала число а первым числом, а число в - вторым и попросила учащихся прочитать выражение а2+2ав+в2 по-другому.

На этом же уроке было повторено правило порядка действий. Это было сделано с той целью, чтобы учащиеся помнили о порядке действий при чтении алгебраических выражений.

Не секрет, что некоторые учащиеся путают выражения (**а-в)2 и а2-в2**. Часто на просьбу написать разность квадратов двух чисел m и n ученик пишет (**m - n)2**. На это необходимо обратить внимание при подготовке к изучению формул сокращенного умножения. С этой целью, написав выражение (**а - в)**2, целесообразно попросить учащихся указать порядок действий в данном алгебраическом выражении. Когда учащиеся заметят, что первым является действие вычитания, а вторым - возведение в квадрат, необходимо сказать учащимся: «Всякий раз, когда вы читаете алгебраическое выражение, начинайте чтение с последнего действия, а затем называйте предшествующее. Вот почему (а - в)2 читаем: квадрат (последнее действие) разности двух чисел».

Учащимся предлагается прочесть выражения:

***c2 - d2; (а - в)2; m3 - n3; (a - b)2; (m+n)3 (a+b)2.***

Казалось бы, на этом подготовительную работу можно бы и закончить. В практике своей работы мы обычно так и поступаем, тем более, что учащиеся после всего этого почти самостоятельно выводили формулу. Учителю оставалось только вызывать учащихся к доске и задавать им вопросы:

«Написать квадрат суммы чисел **а** и **в**».

Ученик пишет: (***а + в)2.***

«Можно ли это выражение представить в виде произведения двух множителей?»

Следует ответ: **(*а + в)2 =(а + в)(а +в)****.*

Учитель предлагает произвести умножение двух одинаковых двучленов:

**(а + в)(а + в)**

Один ученик на доске, а другие в тетрадях без затруднения выполняют требование учителя: ***(а+в)(а+в)=а2+ав+ав+в2=а2+2ав+в2***.

Напомнить, что (***а+в)2=(а+в)(а+в).***

После этого на доске появляется запись:**(а +в)2 = а2 +2ав + в2.**

Учитель просит выразить выведенное равенство словесно, называя а первым числом, в - вторым. Ученик читает: **«*Квадрат суммы двух чисел равен квадрату первого числа плюс удвоенное произведение первого числа на второе плюс квадрат второго числа».***

Формула получена, причем при её выводе класс не был пассивен.и все же не следует так быстро переходить к заключительной формулировке. Дело в том, что вначале все подготовительные этапы подчиняются единственной цели - выводу формулы. Однако перед нами стоит более сложная задача: раскрыть смысл этой формулы, её прикладное значение, которые сами по себе требуют её вывода.

Выведя формулу, мы обычно ставим перед собой вопрос: «Что делать дальше?» Обычно все считают, что далее необходимо натренировать учащихся в применении формулы при решении задач; обратить их внимание на отдельные трудности.которые могут встретиться в процессе вычислений, выполнить упражнения, т. е. как у нас принято говорить, закреплять изложенный материал. С этой целью обычно вызываем к доске учащихся, которые должны, применяя только что выведенную формулу, вычислять: **(m+n)2; (2 + а)2; (3 + 2а)2** и т. д.

Если учащийся не сразу сообразит, как решить тот или иной пример, учитель отсылает его к формуле (она, как правило, некоторое время сохраняется на доске). Ученик, глядя на формулу, «применяет» её к решению своего примера.

Это применение часто сводится к копированию. Происходит это по той причине, что до учащихся не всегда доходит верное представление о содержании нового учебного материала.

Вот почему к выводу формулы квадрата суммы двух чисел следует подходить несколько по-другому.

В том, что подготовительная работа, проведенная на предыдущих уроках, сыграла положительную роль в усвоении формулы, нет сомнений. Семиклассникам такая работа необходима. Однако, эта работа не является достаточной, так как не приводитучащихся к ощущению необходимости формулы.

И вот здесь встает вопрос: *как построить всю дальнейшую подготовительную работу, чтобы у учащихся назрела необходимость принять формулу возведения двучлена в квадрат?*

С этой целью параллельно изучению темы «Умножение многочленов» следует задавать учащимся примеры такого содержания:

**1. Возвести в квадрат выражения: 2а, 3а, 4а, 5а, 6в.**

**2.Найти удвоенное произведение двух чисел: 2а и 3в, 3а2в и 4в2, а3в и 2ав3,x и y, x4и y4.**

**3.Записать в виде степени произведения одинаковых двучленов: (а+в)(а+в); (2а+3в)(2а+3в); (3ав+с2)(3ав+с2); (xy+zt)(xy+zt).**

**4.Раскрыть в предыдущем примере скобки и упростить произведения.**

**5.Сформулировать словесно, чему равны найденные произведения одинаковых двучленов, если первое слагаемое двучлена будем именовать первым числом, а второе - вторым.**

На дом следует предложить упражнения, аналогичные **4** и **5**, причем обратить внимание учащихся на словесные формулировки всех примеров. *Нельзя ли подметить в них общность?*

Урок признания целесообразности введения формулы начинается с проверки домашнего задания. Учащиеся читают примеры на умножение одинаковых двучленов и дают словесную формулировку результатов.

Затем перед учащимися ставится вопрос: «Стоит ли для нахождения произведения одинаковых двучленов всегда производить умножение двучлена на двучлен обычным путем?» Это приведет семиклассников к мысли, что лучше принять определенную формулировку, например,

**(m+n)(m+n)=m2+2mn+n2**.

Но так как **(m+n)(m+n)=(m+n),**учитель приводит их к мысли о принятии формулыквадрата суммы двух чисел**.**

**Её вид: (а + в) =а +2ав + в.**

**Её имя - формула полного квадрата.**

Оно дано по виду левой части равенства.

Её прочтение:

***«Квадрат суммы двух алгебраических выражений равен квадрату первого слагаемого плюс удвоенное произведение первого слагаемого на второе плюс квадрат второго слагаемого».***

Формулу квадрата суммы можно представить схематически:

**2**

**2**

**2**

**2**

Вся эта работа приводит учащихся к сознательному выводу. Мало того, они в процессе работы испытают необходимость введения формулы квадрата разности двух чисел, так как она во многом экономит время. И учащиеся отнесутся к этой формуле разумно, и вместо того, чтобы зубрить, постараются её осмыслить, а в голове учащихся укрепится сознание полезности этой формулы.