**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение**

**Кичкинская средняя общеобразовательная школа**

**ДИССЕРТАЦИЯ**

**«МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ**

**РЕШЕНИЮ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ»**

**Автор:**

**учитель математики высшей категории Бабанская Ольга Сергеевна**

**Научный руководитель –**

**доц. к.п.н. Бреус Ирина Анатольевна**

**Кичкино – 2022**

**СОДЕРЖАНИЕ:**

**Введение……………………………………………..…………..…………………..4**

1. **Теоретические основы методики обучения решению практико-ориентированных задач в средней школе…………..…..….…………………...8**
	1. Анализ подходов к определению понятия «задача», «текстовая задача», «сюжетная», «практико-ориентированная задача» ….………………….……….10
	2. Различные подходы к классификации и структуре практико-ориентированных задач……………………………………….………….………..17
	3. Роль практико-ориентированных задач в обучении………………………23
	4. Анализ научно-методических исследований по обучению решению практико-ориентированных задач……………………………………………………...28
	5. Методика обучения решению практико-ориентированных задач с помощью математического моделирования….…….……….………………………….31

**Выводы по первой части……….…………….......……………………….……..35**

1. **Использование метода математического моделирования при решении практико-ориентированных** **задач в средней школе………….....……..……37**
	1. Сущность метода математического моделирования, его роль и место в процессе обучения………………………………………………………………….39
	2. Анализ педагогической и методической литературы по проблеме использования математического моделирования в обучении решению практико-ориентированных задач в средней школе………………………………..……….42
	3. Методика применения метода математического моделирования в процессе обучения учащихся решению практико-ориентированных задач в средней школе………………………………………………………….……………………45
	4. Методические рекомендации использования математического моделирования при решении практико-ориентированных задач в средней школе на примере МБОУ Кичкинской СОШ…………………………….……….……….…….49
		1. Решение практико-ориентированных задач по УМК Е.А.Бунимович, Г.В. Дорофеева, и др. в пятых-шестых классах………………………….....49
		2. Решение практико-ориентированных задач по УМК Ю. Н. Макарычева, Н.Г.Миндюк и др. в седьмых-девятых классах………60
	5. Характеристика и анализ опытно-экспериментальной работы……...…...65
	6. Обзор практико-ориентированных задач, входивших в задания ОГЭ и ЕГЭ в 2018 году…………………………………………………………….………72
	7. Анализ различных способов решения практико-ориентированных задач из ОГЭ-2018 по математике из второй части…….………………………………74
	8. Разработка элективного курса по решению практико-ориентированных математических задач……………………………………………………....……...86

**Выводы по второй части……………………………………………...……...….89**

**Заключение…...………….…………………………………………….………..…91**

**Литература…………………….………………………………………..…….…....94**

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.Опросный лист для учителей математики………….….……98

ПРИЛОЖЕНИЕ 2.Опросный лист для учеников……………………………….100

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Конспект урока по решению практико-ориентированных задач……………………………………………………………….…………….....101

ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Программа элективного курса по математике «Практико-ориентированные задачи» …………………………………………………….….104

ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Практико-ориентированные задачи для IX – XI классов……………………………………………………………………………….….108

ПРИЛОЖЕНИЕ 6. Результаты опытно-экспериментальной работы………….111

ПРИЛОЖЕНИЕ 7. Статья «Математическое моделирование в обучении учащихся решению практико-ориентированных задач»……………………….…..119

**Введение**

**Актуальность исследования.**

На сегодняшний день современное общество меняет взгляд на содержание математического образования. Основное внимание направлено на развитие способности учащихся использовать знания и умения, полученные в школе, в различных жизненных ситуациях. Сегодня нужны высококвалифицированные выпускники, способные быстро адаптироваться во внешней среде и работать в ней.

К основным целям обучения математике относится формирование умений строить математические модели простейших реальных явлений, исследовать явления по заданным моделям, конструировать приложения моделей; приобщение учащихся к опыту творческой деятельности и формирование у них умения применять его. В связи с этим,весьма немаловажно ознакомить их с некоторыми простейшими методами математики и, в частности, ее главным методом – математическим моделированием.

Осуществление этих целей предусматривает ориентацию образовательных систем на формирование у учащихся качеств, которые будут необходимы для жизни в современном обществе и для осуществления практического взаимодействия с объектами природы, производства, быта. Важная роль в системе подготовки учащихся к применению полученных знаний в практических целях принадлежит изучению школьного курса математики, поскольку многофункциональность математических методов позволяет отразить связь теоретического материала с практикой. Наиболее, по нашему мнению, для этих целей подходит метод математического моделирования. Данный метод не только мотивирует учащихся решать практико-ориентированные задачи, но и приучает ученика применять математические знания к практическим нуждам, готовит его к практической деятельности в будущем, к решению задач, выдвигаемых повседневной жизнью.

Вопросы, связанные с усовершенствованием образования, вызывают обширное обсуждение вопросав обществе, научной среде, среди практикующих специалистов. Одним из спорных вопросов является усиление такой разновидности деятельности учащихся, как творческая познавательная деятельность. Интенсификация данной деятельности выступает как значимый дидактический принцип. Решение указанного вопроса и обосновывается поиском наиболее эффективных средств, позволяющих плодотворно реализовывать и развивать творческую познавательную деятельность учащихся.

**Тема:** «Метод математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач».

**Проблема** поиск эффективных путей реализации математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач, разработка системы уроков по обучению решению практико-ориентированных задач с помощью математического моделирования.

**Объект исследования:** процесс обучения решению практико-ориентированных математических задач в средней школе.

**Предмет исследования**: математическое моделирование в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач.

**Цель исследования**: обобщение теоретических основ применения метода математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач, конкретизация метода и проверка его эффективности на примере обучения седьмых-десятых классов.

**Гипотеза исследования** – целенаправленное и систематическое изучение математического моделирования как способа обучения решению практико-ориентированных задач на всех этапах обучения в средней школе делает процесс обучения математике более эффективным и осмысленным, повышает качество знаний и умений учащихся.

Для достижения данной цели и проверки выдвинутой гипотезы необходимо было решить следующие **задачи:**

1. Изучить научную литературу с целью раскрыть понятие практико-ориентированных задач, их классификацию, методы решения.
2. Раскрыть роль задач в обучении математике, охарактеризовать цели и методы обучения решению практико-ориентированных задач.
3. Изложить суть метода математического моделирования как способа обучения решению практико-ориентированных задач.
4. Проанализировать учебно-методическое обеспечение курса математики c целью определения в нем места практико-ориентированных задач и степени дидактического обеспечения процесса обучения их решению.
5. Разработать элективный курс «Практико-ориентированные задачи» для учащихся средней школы.
6. Провести опытно-экспериментальную работу по исследованию проблемы использования математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач, проанализировать полученные результаты.

Для решения поставленных задач нами использован комплекс методов ис­следования. **Теоретические методыисследования**: изучение и анализ психолого-педагогической, методической, математической литературы по проблеме; анализ и обоб­щение имеющихся теоре­тических и экспериментальных данных по теме иссле­дования. **Методы практи­ческого исследования**: опытная работа, прямое и опосредованное на­блюдение, беседы, анкетирова­ние; анализ письменных и устных ответов учащихся, обобщение соб­ственного педагогического опыта.

**Апробация** основных положений и результатов исследования осуществлялась автором в личном опыте в МБОУ Кичкинской СОШ, среди учащихся 9-11 классов и учителей Заветинского района по математике.

**Структура** диссертации определена ее логикой и решением задач исследования. Работа состоит из введения, двух частей, заключения, списка литературы и приложений. В первой части нами раскрыты понятия «задача», «текстовая задача», «сюжетная задача», «практико-ориентированная задача»; освещены различные подходы к структуре и классификации практико-ориентированных задач; проанализированы некоторые научно-методические исследования по обучению решению практико-ориентированных задач; представлена общая методика решения практико-ориентированных задач.

Во второй части рассмотрен метод математического моделирования как основной способ решения практико-ориентированных задач: представлена сущность метода, проведен анализ педагогической и методической литературы по проблеме использования данного метода при обучении решению практико-ориентированных задач в средней школе.Также, во второй части рассмотрена методика применения метода математического моделирования в процессе обучения учащихся решению практико-ориентированных задач; рассмотрены методические рекомендации использования математического моделирования при решении практико-ориентированных задач в курсе средней школы на примере МБОУ Кичкинской СОШ. В этой же главе описана опытно-экспериментальная работа, проведенная нами в МБОУ Кичкинской СОШ с учащимися 9-11 классов. Проведен обзор практико-ориентированных заданий, используемых в материалах ОГЭ и ЕГЭ в 2018 году, а также разработан элективный курс «Практико-ориентированные задачи». Дополнительные материалы по теме исследования размещены в приложениях.

1. **Теоретические основы методики обучения решению практико-ориентированных задач в средней школе**

Во время применения практико-ориентированного обучения перед учениками появляется возможность накопить практический опыт постановки задач и формирования причинно-следственных связей, также развиваются навыки сравнения и оценки процессов и явлений. Практико-ориентированный подход к обучению создает у учащихся потребность в том, чтобы увеличивать знания по предмету. При реализации практико-ориентированного обучения практическая часть трактуется в качестве средства, предмета, источника познания. Таким образом, процесс обучения при данном подходе обеспечивает условия для осознания того, насколько важны знания для каждой личности. Указанный подход позволяет развивать познавательные потребности.

Немаловажное значение в обучении школьников имеет развитие творческого потенциала учащихся. Практико-ориентированный подход способен организовать условия, при которых учащиеся могли бы осуществлять творчески-познавательный поиск.

Практико-ориентированные задачи в рамках обучения способствуют повышению [36]:

* интереса к предмету, т.к. важность математических знаний, навыков, умений обусловлена возможностью их применения в дальнейшей жизни;
* качества подготовки учащихся.

При использовании исследуемого подхода уровень усвоения информации становится гораздо выше. Творческая активность, любознательность при решении практико-ориентированных задач также существенно возрастают в связи с необходимостью распознавания путей решения подобных задач. Развивая ассоциативное и логическое мышление, практико-ориентированное обучение позволяет развивать творческие способности и позитивные качества учащихся, такие, как наблюдательность, способность к формулированию заключений, восприятию и переработке информации, применению полученных знаний в различных жизненных ситуациях. Данный подход позволяет раскрывать значимость математики для человеческого общества, способствует самоопределению школьника в будущем.

Решение практико-ориентированных задач в процессе обучения нацелено на реализацию следующих дидактических целей – развития самостоятельности и инициативности, овладения навыками общеучебного характера, изучения современных методов научных исследований, приближения учебного процесса к жизненным ситуациям, формирования новых навыков и умений, овладения навыками по учебной дисциплине, углубления и закрепления теоретических знаний.

Сущность практико-ориентированных задач состоит в том, что они являются разновидностью сюжетных задач, предполагающей необходимость при их решении применять математическое моделирование. При применении практико-ориентированного подхода к обучению обеспечивается значимый рост его качества [41].

Практико-ориентированное обучение нацелено на то, чтобы повышать эффективность образовательного процесса, организовывать поиск новых знаний, развивать познавательные потребности.

Содержанием данного обучения является организация образовательного процесса таким образом, чтобы у учащихся, наряду с приобретением новых знаний, формировался практический опыт применения знаний в рамках решения проблем, задач, значимых в повседневной жизни.

Принципиальные положения, на которые опирается практико-ориентированный подход, состоят в активности учащихся, сознательном участии в образовательном процессе, связи обучения и практики, обеспечении высокой мотивации учащихся на получение знаний, навыков, деятельностном подходе.

Задачи практико-ориентированного характера предполагают при их решении формирование практических умений, которые характеризуются востребованностью в реальной жизни обучаемых. Использование данных задач в образовательном процессе нацелено на то, чтобы формировать умение эффективно действовать в ситуациях, являющихся жизненно значимыми. При решении данных задач развивается умение использования накопленных знаний на практике.

Практико-ориентированные задачи имеют некоторые отличия от привычных стандартных математических. Во-первых, при практико-ориентированном обучении получается значимый результат, который позволяет увеличить мотивацию к обучению у учащихся. Если в задаче условие звучит как история из жизни, сюжет некой ситуации, в которой придется применять знания из всевозможных наук, включая математические и физические формулы, то это и будут практико-ориентированные задачи.

Любая информация может быть представлена в различных видах схем и графиков, соответственно решение таких практико-ориентированных задач может потребовать навыков распознавания объектов.

Структура практико-ориентированных задач позволяет разглядеть в условии, в какой сфере применяется полученный в процессе решения результат. Но при этом практико-ориентированные задачи невозможно подогнать под некий шаблон и сформировать определенную структуру таких задач. Некоторые компоненты могут быть неопределенны. Кроме того, условие практико-ориентированной задачи может содержать противоречивые данные, а также может иметь избыточные или недостаточные данные для решения, что может привести к увеличению объемов формулировки задачи. Практико-ориентированные задачи имеют несколько способов решения.

* 1. **Анализ подходов к определению понятия «задача», «текстовая задача», «сюжетная», «практико-ориентированная задача»**

Представляется необходимым проанализировать подходы к трактовке следующих понятий: «задача», «текстовая задача», «сюжетная», «практико-ориентированная задача»» в педагогической теории. Широкое понимание данных терминов предполагает их рассмотрение в качестве *проблемных ситуаций*. При этом данные проблемные ситуации предполагают заданную в явном виде цель, которая должна быть достигнута.

Рассмотрим термин «задача». По мнению Егуповой М.В. [15] , *задача представляет собой цель, которая должна быть достигнута*. Также данный автор предлагает понимать в качестве задачи затруднения, которые должны быть преодолены. В качестве математической задачи Т.Ф. Ефремов рассматривает *задачу как математический вопрос, который необходимо решить на основе данных, являющихся известными, при соблюдении предусмотренных условий.* Толковый словарь содержит определение *задачи в виде упражнения, выполняемого на основе вычислений, умозаключений*.

При анализе значения задач в математике Черкасов Р.С. указывал, что владение математикой предполагает навык решения задач, как стандартных, так и предполагающих изобретательность, оригинальность, здравый смысл и независимость мышления[49].

Математические задачи входят в содержание учебной дисциплины математики как один из ключевых компонентов, содержащий материал теоретического характера, усвоение которого происходит в рамках решения задачи. В этой связи при обучении математике основную деятельность составляет решение задач.

В качестве получившего наибольшее распространение подхода к определению сущности задачи относится ее трактовка в качестве *системы* (Г.А. Балл, А. Д. Мышкис, Л.М. Фридман, О.И. Чикунова,) [3, 29, 43, 50].

Исследователи различным образом подходят к определению диапазона явлений, которые составляют сущность задачи. Анализируемое понятие используется для того, чтобы обозначать объекты следующих категорий:

 1. *Ситуация, которая, помимо цели, предполагает условия, применительно к которым необходимо достичь данную цель* (Г.А. Балл, В.А. Далингер, А. Д. Мышкис, О.И. Чикунова, и др.)[50,3, 14, 29].

 2. *Требование, которое ставится перед субъектом, цели действий, которые должен осуществить субъект* (Н. В. Гультяева и др.)[13];

 3. *Формулировка ситуации в словесной форме* (Н.В. Савинцева и др.)[35];

Каждый из подходов различным образом определяет соотношение субъекта и задачи. Подход, при котором задача рассматривается как ситуация, в которой субъекту необходимо осуществлять деятельность, предполагает трактовку субъекта как элемента задачи.

Г.А. Балл предлагает рассматривать *задачу в качестве ситуации, в которой субъект оказывается, и в которой он должен осуществлять определенные действия*. Данный исследователь указывает на три возможных варианта понимания задачи [3]:

* Действие, необходимость осуществления которого предполагает задача, ориентировано на то, чтобы выявить неизвестное на основе связи, которая имеется с тем, что уже известно.
* Задача включает ситуацию, в которой субъект должен выявить действие, посредством которого будет установлена связь между тем, что не является известным, и тем, что известно, при том, что субъекту не известен способ, посредством которого следует совершать указанное действие.
* Задача является ситуацией, в которой субъект должен осуществлять действия определенного характера.

По замечанию Ю.М. Колягина, в отсутствие субъекта отсутствует и задача. В качестве исходного понятия задачи выступает система, в которой представлены человек и ситуация. Данная ситуация представлена множеством отношений и свойств элементов, находящихся во взаимосвязи. В случае, если субъект обладает знанием обо всех элементах указанного множества, подобная ситуация рассматривается как фиксированная в отношении данного субъекта. В случае, если субъект не обладает знанием хотя бы об одном из элементов, отношений, свойств, система рассматривается как проблемная в отношении данного субъекта. Решение задачи означает, что проблемная ситуация преобразовывается в фиксированную ситуацию; или выявляет, что данное преобразование невозможно при соответствующих условиях [17].

Представителем третьего подхода к пониманию задачи, не предполагающего необходимость включать субъекта в понятие задачи, является Л.М. Фридман, рассматривающий *задачу в качестве модели проблемной ситуации, выражаемой посредством знаков, присутствующих в естественном или научном языке.* По замечанию данного исследователя, возникновение проблемной ситуации связано с ситуацией, когда субъект, осуществляющий деятельность, ориентированную на определенный объект, сталкивается с определенным затруднением [44].

Соответственно, указанный исследователь рассматривает субъекта в качестве элемента проблемной ситуации. Таким образом, задача выступает в качестве модели ситуации, в качестве элемента которой выступает субъект, который осознал наличие затруднения в осуществляемой им деятельности.

***Типология задач***

Типология задач, отраженная в психологических и методических публикациях, представлена в следующем виде:

С точки зрения характера требования выделяют задачи на вычисление;

построение; доказывание.

По такому критерию, как составляющие учебной деятельности, выделяются задачи: контрольно-оценочные, стимулирующие, организационно-действенные.

Критерий метода решения является основанием для выделения задач, связанных с векторами, геометрическими преобразованиями и др.

По количеству объектов в условии задачи, связей данных объектов выделяются задачи: простые, сложные.

Критерий функционального предназначения позволяет выделять задачи, характеризующиеся наличием следующих функций: развивающих, познавательных, дидактических.

Критерий проблемности является основанием для выделения письменных, полуустных, устных задач; практических и теоретических задач; задач, являющихся стандартными и нестандартными, и др.[31].

Л.М. Фридманом предложено дифференцировать понятие проблемной ситуации и задачи на основе следующих признаков:

1. Задачи во всех случаях связаны с языком, посредством которого они сформулированы; проблемные ситуации являются реально существующими, независимо от такого фактора, как язык [44].

2. Применительно к каждой из проблемных ситуаций имеется определенная задача или ряд задач, между которыми возможно отличие с точки зрения языка, посредством которого сформулирована задача, и свойств ситуации, которые представлены в задаче.

3. Задача является моделью ситуации, которая отражает лишь ряд аспектов проблемной ситуации, что обуславливает более широкое содержание проблемной ситуации в сравнении с задачей.

В рамках данного исследования задачу предлагается трактовать в качестве ситуации, в которой определена цель, а также условия, при наличии которых соответствующая цель должна быть достигнута.

Задача характеризуется наличием ряда составляющих в виде:

* *условия*, выступающего в виде изначального состояния;
* *базиса решения*, т.е. его теоретических основ;
* *решения* – трансформации условия для того, чтобы найти то, что следует найти;
* *заключения* – результирующего состояния.

В качестве математических задач рассматриваются задачи, применительно к которым переход от условия к заключению реализуется посредством базиса и решения, имеющих математический характер. В чисто математических задачах все составляющие являются математическими. В прикладных математических задачах в качестве математических выступают лишь составляющие базиса и решения.

Чтобы формировать способности и навыки применения математических знаний в повседневных ситуациях, контролировать их сформированность, требуется решение задач особого рода, с особым содержанием и используемыми подходами к их решению.

В рамках данного исследования предлагается, с учетом целевой функции задач в обучении, именовать их *практико-ориентированными задачами.*

Необходимость использования математических знаний возникает применительно к многообразным ситуациям. В этой связи, чтобы разъяснить учащимся возможности использования математики для удовлетворения потребностей повседневного характера, следует использовать задачи, ориентированные на практические ситуации. Подобные задачи связаны с бытовой жизнедеятельностью, с ситуациями в жизни образовательного учреждения, трудовой и спортивной деятельностью, жизнью общества. Таким образом, следует отметить актуальность формирования заданий, отражающих ситуации, которые являются наиболее типичными на практике [16].

Дадим на основе вышесказанного определение практико-ориентированной задачи. *Практико-ориентированная задача – это математическая задача, условие которой отражает социальную реальность, требует использования математики в рамках ее решения, соответствующий социальный контекст влияет на решение задачи и толкование полученного результата*.Или другими словами, практико-ориентированные задачиэто вид сюжетных задач, требующий в своем решении реализации всех этапов метода математического моделирования, описывающая реальную или приближенную к ней ситуацию на неформальном математическом языке.

Могут использоваться и задачи, решения которых основываются на тех или иных гипотезах, и являются приближенным к практическим реальным ситуациям.

Данные задания используются для того, чтобы формировать навык осуществления результативных действий в ситуациях, являющихся значимыми в социальном отношении. Их решение предполагает формирование в рамках творческого поиска собственной точки зрения, убеждений, чувств обучаемых, развития у обучаемых навыков диалогического взаимодействия в группах, парах при решении задач, поиска оптимального решения, работы с информацией, т.е. отбора, объяснения, оценки информации [33].

Практико-ориентированные задачи тесно связаны с понятием «текстовая задача».

Понятие «текстовая задача» в разных источниках трактуется по-разному. В одних источниках дана следующая формулировка понятия: «*Текстовая задача – есть описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения*» [55].

В иных источниках присутствует следующее определение – *текстовая задача выступает в виде задачи, предполагающей словесную формулировку связи условия и требования* [49].

В качестве *сюжетныхрассматриваются задачи, содержащие описание определенного жизненного процесса, события, явления (т.е. сюжета), и предполагающие необходимость найти определенные значения или количественные характеристики* [54].

Функции подобных задач применительно к математическому обучению многообразны. В.А.Далингер указывает на следующие функции:

* укрепление интереса обучаемых к математике;
* формирование потребности осуществлять самоконтроль, развитие познавательного интереса, привычки к систематической интеллектуальной деятельности;
* развитие познавательных способностей посредством применения способов решения задач;
* развитие логического мышления;
* развитие у учащихся навыков обоснования, рассуждения, анализа;
* содействие более полному осуществлению связей межпредметного характера;
* развитие навыка использования метода моделирования;
* содействие глубокому пониманию сущности функциональной зависимости;
* обеспечение усвоения учащимися понятий, относящихся к предметной области задачи;
* содействие усвоению отношений математических понятий и самих математических понятий [14].

Резюмируя вышесказанное, представляется необходимым отметить, что, решая текстовые задачи, обучаемые приобретают навыки самообразования, познавательной деятельности, умения общеинтеллектуального и предметного характера.

* 1. **Различные подходы к классификации и структуре практико-ориентированных задач**

Математика одна из самых сложных для понимания из учебных предметов. Данное положение ухудшается еще и отсутствием у учащихся понимания необходимости математических знаний и навыков для решения практико-ориентированных задач. В результате чего, большинство учащихся испытывают негативные эмоции и практически полностью теряют интерес к изучению предмета.

Учителю необходимо показывать как можно чаще связь математики с различными жизненными ситуациями, в частности, при решении практико-ориентированных задач.

Ориентация именно на жизненные ситуации является той важной частью, которая может мотивировать ученика на изучение предмета. Она предполагает развитие навыков обработки полученной информации, представленной в любом математическом виде (будь то график, таблица, диаграмма, формула), следует помнить, что нужно уметь не только обрабатывать полученные результаты, но и уметь грамотно их анализировать $\left[12\right].$

Типология практико-ориентированных задач более полно представлена Цыпкиным А.Г.(рис.1) [48]:

Рис. 1

*Задачи на движение*.

В задачах на движение используются следующие величины:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Наименование величины* | Скорость | Время | Расстояние |
| *Обозначение* | $V$*или* $V\_{1},V\_{2},…,V\_{k}$ | $t$*или* $t\_{1},t,…,t\_{k}$ | $S$или $S\_{1},S\_{2},…,S\_{k}$ |
| *Взаимосвязь величин* | $$V=\frac{S}{t}$$ | $$t=\frac{S}{V}$$ | $$S=V∙t$$ |

*Задачи на работу и производительность труда.*

В задачах на работу используются следующие величины:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Наименование величины* | Производительность | Время | Работа |
| *Обозначение* | $P$*или* $P\_{1},P\_{2},…,P\_{k}$ | $t$*или* $t\_{1},t,…,t\_{k}$ | $A$или $A\_{1},A\_{2},…,A\_{k}$ |
| *Взаимосвязь величин* | $$P=\frac{A}{t}$$ | $$t=\frac{A}{P}$$ | $$A=P∙t$$ |

*Задачи с целочисленными неизвестными.*

Целочисленность неизвестного объекта обычно является дополнительным условием, которое позволяет выбрать его однозначно из некоторого множества значений, удовлетворяющих остальным условиям задачи.

*Задачи на процентный прирост и вычисление «сложных процентов».*

Решение задач на процентный прирост и вычисление «сложных процентов» основано на использовании следующих понятий и формул.

Пусть есть некоторая переменная $A$, которая зависит от времени $t$, в начальный момент $t=0$ имеет значение$A\_{0}$, а в некоторый момент времени $t\_{1}$ имеет значение $A\_{1}$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Переменная | Время |
| Начальный момент | $$A\_{0}$$ | $$t\_{0}=0$$ |
| Следующий момент | $$A\_{1}$$ | $$t\_{1}$$ |
| k-тый момент | $$A\_{k}$$ | $$t\_{k}=0$$ |

При этом приросты переменной величины $A$за время $t$, можно представить следующим образом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Абсолютный прирост | Относительный прирост | Процентный прирост |
| $$A\_{1}-A\_{0}$$ | $$\frac{A\_{1}-A\_{0},}{A\_{0}}$$ | $\frac{A\_{1}-A\_{0},}{A\_{0}}∙$100%. |

Также существует формула сложных процентов:

.$A\_{n}=A\_{0}∙\left(1\pm \frac{p\_{1}}{100}\right)∙\left(1\pm \frac{p\_{2}}{100}\right)∙…∙\left(1\pm \frac{p\_{n}}{100}\right)$

*Задачи на концентрацию и процентное содержание.*

Решение задач на концентрацию и процентное содержание основано на использовании следующих понятий и формул. Основные допущения:

Все растворы сплава и смеси считаются однородными.

При составе смеси из компонентов с объемами: $V\_{1},V\_{2},…,V\_{k}$, считаем, что объем смеси равен: $V\_{0}=V\_{1},V\_{2},…,V\_{k}$.

При составе сплава или раствора из компонентов с массами

$m\_{1},m\_{2},…,m\_{k}$,

считаем, что масса полученного сплава или раствора равна

$m\_{0}=m\_{1},m\_{2},…,m\_{k}$,

Концентрация компонентов в смеси $C\_{k}=\frac{V\_{k}}{V\_{0}}$ , где

$V\_{k}$ – объем чистого компонента, $V\_{0}$ – объем смеси $C\_{1}+C\_{2}+C\_{k}=1$.

Процентное содержание компонентов смеси

$P\_{k}=C\_{k}∙100\%=\frac{V\_{k}}{V\_{0}}∙100\%$.

При работе со сплавами и растворами речь идет только о процентном содержании

$P\_{k}=\frac{m\_{k}}{m\_{0}}∙100\%$.

*Задачи на стоимость.*

В задачах на стоимость используются следующие величины:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Наименование величины* | Цена | Количество | Стоимость |
| *Обозначение* | $$Ц$$ | $$m$$ | $$C\_{T}$$ |
| *Взаимосвязь величин* | $$Ц=\frac{С\_{Т}}{m}$$ | $$m=\frac{C\_{T}}{Ц}$$ | $$С\_{Т}=m∙Ц$$ |

В нашей диссертации будем рассматривать классификацию задач, очень схожую с классификацией, разработанной Цыпкиным А.Г, с небольшими дополнениями:

*Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии*

Арифметическая прогрессия – последовательность чисел (членов прогрессии), в которой числа, начиная со 2-го, получаются из предыдущего путем добавления к нему [постоянного](https://www.calc.ru/Postoyannaya-I-Peremennaya-Velichina.html)числа $d$ (шаг либо разность прогрессии). $a\_{n}=a\_{n-1}+d$.

Геометрическая прогрессия это [последовательность](https://www.calc.ru/Yege-Formuly-Shpargalki-Predely-Nekotorykh-Posledovatelnoste.html)чисел $b\_{1,}b\_{2},b\_{3},…$ (членов прогрессии), в которой каждое число, начиная со второго, получают из предыдущего путем умножения его на определённое число q (знаменатель прогрессии), где $b\_{1}\ne 0$, *q*$\ne 0.$

*Задачи на оптимизацию*

*Экономические задачи прикладного характера*

*Геометрические задачи прикладной направленности*

Уровни сложности практико-ориентированных задач

***Первый* уровень** – задачи, для решения которых требуется один теоретический факт при разрешении практической ситуации.

***Второй* уровень** – задачи, для решения которых требуется комбинация нескольких математических идей при разрешении практической ситуации, в решении применяются знания из разных разделов математики, личные наблюдения.

***Третий уровень*** сложности – задачи, для решения которых требуется научно-исследовательский подход при построении математической модели ситуации, изучении нового материала, поиска нескольких способов решения одной задачи. К практико-ориентированным задачам предъявляют особые стилистические требования к тексту задачи: они описывают реально существующую, житейскую ситуацию.

На схеме (рис.2) представлены компоненты структуры практико-ориентированной задачи.

Рассмотренные в данном разделе классификации практико-ориентированных задач наиболее востребованы, поскольку большая часть задач такого типа используется в экзаменационных работах ОГЭ и ЕГЭ по математике в последние годы, а значит, возникает необходимость обучения учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач такой классификации.

*Структура практико-ориентированной задачи*

Рис.2

Однако результаты государственной итоговой аттестации учащихся 9-х и 11-х классов свидетельствуют о низком уровне сформированности умений использовать математические знания и методы для решения практико-ориентированных задач на оптимизацию. Очевидно, что такие результаты являются следствием недостаточного внимания к обучению школьников практико-ориентированным задачам на оптимизацию в силу некоторых причин, среди которых следующие:

* + недостаточно разработаны методические аспекты обучения школьников решению практико-ориентированных задач на оптимизацию;
	+ в частности, нет смысловой и методической ясности в вопросе о том, в какой форме и объеме практико-ориентированные задачи целесообразно включить в обязательную программу школьного курса математики;
	+ крайне мало необходимых, современных, учебно-методических пособий для школьников, содержание которых ориентировано на реализацию практико-ориентированного обучения математике в средней школе.
	1. **. Роль практико-ориентированных задач в обучении**

В условиях модернизации образования в настоящее время немаловажную роль приобретает не наличие обширных знаний, а больше способность использования уже имеющихся знаний и навыков для того, чтобы разрешать различные проблемные ситуации, которые возникают в процессе жизни. Как полагают методисты-математики Т.А. Иванова, Д.Пойа, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман, а также психолог В.В. Давыдов, формирование навыка решения проблем обеспечивается решением особых задач.

Практико-ориентированные задачи являются сюжетными задачами, для решения которых необходимо использовать такой метод, как математическое моделирование.

В жизни в большинстве случаев можно видеть, что более высокий интерес учащихся вызывают те задачи, которые обладают практическим содержанием. Интерес учащихся привлекает и возможность рассматривать в практической форме теоретические задачи, и возникновение теоретических задач на основе задач практического характера.

При этом, большинство учебных пособий для школы по математике почти не содержат задачи подобного рода. Методические пособия также, в малой доле, содержат задачи, являющиеся практико-ориентированными.

Трудоемким процессом считается формулировка задач, которые обеспечивают развитие математических знаний, умений и навыков. Значительное большинство текстовых задач, которые содержатся в учебных пособиях, в малой доле связаны с практическими ситуациями. Этим и объясняется необходимость создания различных методических, учебных пособий и задачников, которые носят практико-ориентированный характер.

Часто, учащиеся разделяют задачи на две группы: 1) задачи, решение которых связанно с реальной жизнью; 2) задачи, которые с жизнью никак не связаны. Чтобы избежать подобного ошибочного подхода, следует разными способами показывать связь теоретических и практических задач. К примеру, таких: «Консервная банка имеет форму цилиндра. Каким должно быть соотношение высоты к радиусу основания, чтобы объем консервной банки был наибольшим?» или «Комнату, длиной 5,5 м и шириной 6 м, необходимо застелить паркетом. Сколько понадобится паркета, имеющего размеры 20 см на 30 см, чтобы выложить полы в комнате?».

Эффективность решения задач практико-ориентированного типа повышается в случае, если ситуация, которая описывается в условии задачи, имеет связь с реальной жизнью. Следует применять средства, обеспечивающие наглядность – рисунки, плакаты, слайды, фотографии и др.

За счет подобных задач увеличивается мотивация познавательного интереса учащихся к математике, т.к. именно в этом спектре большинство учащихся осознают ценность сформированных математических знаний и навыков – рассматривается возможность применения полученных навыков в жизни.

Задача, имеющее практическое содержание, предстает в виде математической задачи, в условии которой раскрывается положение математики в иных дисциплинах, в реальной жизни. В условии практико-ориентированной задачи содержатся сведения о возможности использовать ее в различных жизненных ситуациях.

Содержание подобных задач может дополняться задачами, предполагающими необходимость:

* выводить формулы зависимостей, используемых в рамках деятельности практического характера;
* формировать расчетные таблицы;
* строить несложные диаграммы и графики зависимостей;
* вычислять значения величин, которые встречаются в жизни.

Большое значение при обучении математике имеют следующие практико-ориентированные навыки: умение работать с различной справочной информацией; составление и использование таблиц; построение графиков; осуществление различных измерений и вычислений. Данные навыки могут формироваться различными способами. Поэтому следует отметить результативность заданий, предполагающих формирование графиков и их преобразование, выполнение измерений на местности, осуществление лабораторных работ, связанных с измерением величин геометрического характера, а также вычислительных практикумов.

Целесообразным при обучении является использование практических задач для того, чтобы раскрывать широкие возможности использования математики, а также обеспечивать достижение дидактических целей. Дидактические цели представляют собой следующее:

* формирование практических навыков;
* закрепление знаний по предмету и их углублением;
* иллюстрация учебного материала;
* мотивирование использования новых математических методов и понятий.

Большинство учащихся не получают ответ на вопрос: «Зачем мы изучаем ту или иную формулу, тему и т.д.?» В этой связи важным является выбор совокупности метода решения задач с методами, которые применяются в практической деятельности. Требуется обеспечивать усиление межпредметных связей, раскрывать практические возможности математики. Следует доступно объяснять учащимся связь математики с реальной жизнью. Учащиеся должны понимать, как отдельные темы могут применяться в различных жизненных ситуациях.

Роль и значение математики в развитии межпредметных связей, а также в формировании у учащихся навыков практической деятельности рассматриваются в работах М.Б. Балка, В.А. Гусева и других. Исследование работ этих авторов позволяет сделать вывод о том, что эта связь осуществляется за счет практической направленности математики. При этом основным носителем такой направленности являются практико-ориентированные задачи. Именно поэтому межпредметные связи являются важным условием результативности в обучении учащихся математике.

За счет связей с другими учебными предметами учебный материал обогащается составляющими, позволяющими усилить мотивацию к обучению математике. Обеспечивается доступность и научность обучения.

Разнообразные возможности применения математики в различных областях жизни человека отражают следующие цитаты:

«Математика – это язык, на котором написана книга природы». (Г. Галилей).

«Устройство нашего мира непостижимо без знания математики».
(Р. Бэкон).

«Математику уже затем надо учить, что она ум в порядок приводит». (М.И. Ломоносов).

Мотивацию к обучению математике нужно начинать с того, что в начале, необходимо сформировать проблемные ситуации, решение которых возможно с опорой на математические умения и знания. За счет обеспечения понимания учащимися связи учебного материала с жизнью может быть усилен учебный познавательный интерес.

При решении задачи нужно совершенствовать применение полученных знаний при решении задач, связанных с реальной жизнью. Также, необходимо обеспечивать развитие вычислительных навыков учащихся, их абстрактное мышление, обеспечивать организацию самостоятельного использования учащимися справочных материалов, таблиц, схем, измерительных приборов. Понимание возможности использовать полученные знания и умения усиливает мотивацию к обучению. Таким образом, если учителем на уроках используются практико-ориентированные задачи, то у учащихся возрастает интерес к изучению предмета.

Учащиеся понимают важность математики как учебного предмета. С целью реализации большинства научных процессов необходимы математические вычисления.

При использовании практико-ориентированного подхода к обучению ученик перестает быть только бездейственным объектом, а становится активным субъектом в учебно-познавательном процессе. Главным средством использования практико-ориентированного подхода в обучении математике является метод применении особых задач.

Практико-ориентированные задания позволяют решать следующие задачи:

* закреплять теоретические знания и углублять их;
* развивать навыки, умения по учебному предмету;
* формировать новые навыки, умения;
* приближать учебный процесс к условиям, существующим в реальной жизни;
* обучать новым методам исследования;
* развивать общеучебные навыки и умения;
* развивать самостоятельность и инициативность.

Таким образом, из всего вышесказанного, следует, что практико-ориентированные задачи играют немаловажную роль в процессе обучения, и это, по большей части, связано с тем, что задачи такого типа формируют у учащихся навыки адаптации в практической жизни.

* 1. **Анализ научно-методических исследований по обучению решению практико-ориентированных задач**

Преподаванию математики в средней школе, в целом, уделяется серьезное внимание. Достаточно сказать, что математика является одним из обязательных предметов, по которому каждый выпускник должен сдать ОГЭ и ЕГЭ. Это не случайно. И дело здесь не только в том, что знание математики в наше время, в той или иной степени, необходимо практически в любой области человеческой деятельности и в быту. Есть еще один важный аспект, о котором многие часто забывают. Речь идет о привитии ученикам математической культуры, которая является частью культурного багажа каждого современного человека. «Математическое образование должно составлять неотъемлемую часть обучения каждого школьника. **Основная цель** математического образования в воспитании умения математически исследовать явления реального мира…

Искусство составлять и анализировать мягкие математические модели является важнейшей составной частью этого умения» [1].

Достичь в полной мере цели воспитания математической культуры у школьника, гораздо сложнее, чем просто дать ему математические знания. И здесь, к сожалению, мы наблюдаем, что часто преобладает выхолощенное и формализованное преподавание математики на всех уровнях.

«Наиболее характерными приметами формализованного преподавания является изобилие немотивированных определений и непонятных (хотя логически безупречных) доказательств. Отсутствие примеров, анализа чертежей и рисунков – столь же постоянный недостаток математических текстов, как и отсутствие внематематических приложений и мотивировок понятий математики…

Уже Пуанкаре отмечал, что есть только два способа научить дробям – разрезать (хотя бы мысленно) либо пирог, либо яблоко. При любом другом способе обучения (аксиоматическом или алгебраическом) школьники предпочитают складывать числители с числителями, а знаменатели – со знаменателями…» [1].

В связи с чем, в настоящее время стала очевидной необходимость перехода от предметно-ориентированного обучения математике к практико-ориентированному. В отличие от традиционного подхода, ориентированного на усвоение знаний, практико-ориентированное образование направлено не только на получение знаний, умений и навыков, но и на приобретение опыта практической деятельности.

В большинстве исследований отмечается, что практико-ориентированный метод следует применять на всех возрастных этапах обучения детей математике.

В результате, обучение с использованием практико-ориентированного метода приводит к более прочному усвоению информации, так как у детей возникают ассоциации с конкретными событиями и действиями. Их привлекает необычная формулировка задачи, которая связана с повседневной жизнью за стенами школы. Возникает интерес и желание решить ее. Все это способствуют развитию любознательности и творческой активности. Ученики совершенно естественно включаются в процесс поиска путей решения проблемы, во время которого у них развивается логическое и ассоциативное мышление. Решая поставленную перед собой задачу, дети развивают наблюдательность, умение адекватно работать с информацией, делать логические выводы, развивать творческие способности.

«Уже с пятого класса мы учимся решать практические задачи, которые позволяют: правильно распределять время, рассчитать семейный бюджет, критически ориентироваться в статистической, экономической информации, проводить простейшие инженерные и технические вычисления. Благодаря таким задачам, школьники видят, что математика находит применение в любой области деятельности, и это, в свою очередь, повышает интерес к предмету, качество математического образования» – пишет в своей статье учитель средней школы Н. В. Гультяева [13].

В работах [3-5] приводятся формулировки практико-ориентированных задач, использованных педагогами на своих уроках.

Практико-ориентированный метод становится сегодня системообразующей технологией. Этот метод помогает средствами математики сформировать компетенции, необходимые человеку для полноценной жизни в современном обществе. Наиболее актуальным направлением метода можно считать развитие интеллектуальных навыков конструирования и моделирования математических задач. Если при обучении математике учащихся основной школы систематически и целенаправленно использовать практико-ориентированные задания, то повысится интерес к предмету, и, как следствие, качество математической подготовки к предмету.

Теоретические и методические положения в области обучения школьников решению задач с математическим содержанием, формирования у них технической и экономической грамотности, содержат работы таких авторов, как Л.М. Фридман [44], Н.Л. Тихонов [39]. Информационной базой этих исследований послужили нормативные и законодательные акты Российской Федерации, труды отечественных учёных по данной тематике, научные публикации, материалы периодических изданий.

В наше время люди, занимающиеся профессиональной деятельностью в совершенно разных областях знаний, так или иначе, сталкиваются с необходимостью иметь элементарные экономические знания и уметь их применять на практике. Кроме того, доля людей занимающейся профессионально экономикой за последние 15 лет значительно увеличилась. Сегодня трудно представить себе среднее образование без соответствующих экономических знаний. Именно поэтому в последние годы появились в программе курса математики разделы, связанные с экономикой, а в ЕГЭ и ОГЭ – задачи с экономическим содержанием.

Из числа проанализированных в настоящей работе, часть публикаций посвящена непосредственно вопросам обучения экономической грамоте с использованием практико-ориентированного метода на уроках математики в школе. Так, например, авторы Л. Арталь и Ж. Салес отмечают, что «При изучении экономического роста и развития используются уравнения и системы уравнений, функции, алгоритмы, графики, матричное исследование и т.д. Развитие экономики как науки сопровождается использованием все более сложных математических методов. Именно поэтому хорошая математическая подготовка стала одним из обязательных условий обучения».

Ну и, наконец, рассуждая об инновациях и современных достижениях педагогической науки, хотелось бы напомнить, что многое из того, что сегодня «заново» открывается было хорошо и качественно сделано в прошлом. От этого бесценного опыта мы просто не имеем права отказываться. В данном случае имеются в виду сборники занимательной математики, логики и т.п., написанные такими замечательными авторами, как, например А. Я. Перельман, вышедшие давно, и много раз переизданные. Их и в прошлом учителя часто использовали в своей работе. Примеры и задачи, приведенные в них в доступной и увлекательной форме, идеально подходят под стандарты практико-ориентированного метода. Назовем одну из них. Это книга по логике И. Л. Никольской и Е. Е.Семенова «Учимся рассуждать и доказывать», рассчитанная на школьников 7-11 классов. В ней материал подан в виде небольших рассказов, диалогов, бесед, задач, загадок. Книга поможет учителю научить детей рассуждать, доказывать, вести аргументированный спор, проводить анализ, обобщение, конкретизацию, использовать индукцию, наблюдение, аналогию.

* 1. **Методика обучения решению практико-ориентированных задач с помощью математического моделирования**

Значимое требование при обучении математике связано с необходимостью развивать у учащихся адекватные представления о том, в чем состоит сущность математики. В качестве приоритетного средства, обеспечивающего выполнение указанного программного требования выступает такой метод, как математическое моделирование.

Математическое моделирование примеряется для того, чтобы решать значительное число различных сюжетных задач. Математическую модель представляет собой и уравнение, которое составляется на основе условия задачи.

Навыки моделирования, в особенности аналитического и алгебраического, следует развивать в рамках школьного обучения, поскольку использование математических моделей позволяет решать сюжетные задачи. Составляя модель, следует использовать мыслительные операции (анализ, синтез и др.), позволяющие развивать мышление [37].

С точки зрения обучения математике возможно использование дефиниции моделирования, сформулированной И.Г. Обойщиковой, предлагающей рассматривать его в качестве обобщенного интеллектуального умения, при котором математические объекты, а также способы деятельности и отношения указанных объектов представляются как изображения посредством значков, схем, и др. [31].

Решение сюжетных задач сопровождается наиболее часто использованием аналитических и алгебраических моделей данных задач. В качестве подобной модели могут выступать неравенства, уравнения, их системы, и др. Формирование модели предполагает перевод задачи в аналитическую или алгебраическую форму.

Практико-ориентированная технология обучения превращает пассивного участника процесса обучения (со стороны обучаемого) в активного участника учебно-познавательной деятельности. Отметим, что в общем случае процесс моделирования состоит из следующих этапов [24]:

1. Ставится задача, определяются подлежащие исследованию свойства, присущие оригиналу.

2. Констатируется затруднительность исследования свойств, присущих оригиналу.

3. Определяется сравнительно простая в отношении исследования модель, позволяющая с должной степенью точности отражать значимые свойства, присущие оригиналу.

4. Модель исследуется согласно поставленной задаче.

5. Результаты исследования модели переносятся на оригинал.

6. Проверяются полученные результаты.

В современных условиях математическое моделирование преимущественно рассматривается как процесс, включающий следующие этапы:

1. Осуществляется формализация, т.е. формируется математическая модель – предложенная задача излагается посредством математических терминов.

2. Осуществляется решение задачи с использованием модели.

3. Полученный результат интерпретируется, т.е. математическое решение переводится на язык, на котором была изложена исходная задача.

Особо значимым является первый этап, в рамках которого формируется математическая модель. Для этого необходимо глубоко изучить процесс, явление, и составить его описание посредством математического языка.

Построение модели включает ряд этапов.

1. Отбираются наблюдения, которые относятся к моделируемому объекту. Определяется, что необходимо учитывать, принимая решения, а что можно игнорировать. Осуществляется формулирование проблемы.

2. Формируется описание процесса, позволяющее объяснять наблюдения, которые были отобраны. Данное описание представляет собой неформальную модель. Анализируются различные варианты допущений, позволяющих объяснять имеющиеся данные. Таким образом, производится рассмотрение ряда возможных моделей и выбирается та их них, которая наиболее адекватно отражает исследуемый объект. Таким образом, выявляются способы, позволяющие установить логическое соответствие модели и исследуемого объекта.

3. Неформальная модель трансформируется в математическую. Для этого рассматривается словесное описание неформальной модели, выявляется математическая структура, которая может отразить исследуемый объект.

4. Обрабатывается созданная модель для получения решения. В рамках последнего этапа моделирования производится интерпретация полученных результатов, что предполагает перевод с математического языка и изложение результатов на естественном языке.

Педагогу необходимо обеспечивать понимание обучаемыми сущности всех указанных этапов реализации метода математического моделирования. Необходимо, чтобы учащиеся осознавали, что ими производится решение конкретной жизненной ситуации посредством математических методов. Это позволит учащимся видеть практические возможности математики, и исключит восприятие ее в качестве науки, оторванной от реальности.

**Выводы по первой части**

Для достижения цели выпускной квалификационной работы нами был сформулирован ряд задач, перечисленных во введении. Раскроем, какие задачи и каким образом были решены нами в первой части.

Для решения первой задачи нами:

* Была изучена научно-методическая литература, с целью раскрыть понятие практико-ориентированных задач, в процессе изучения которой, нами были рассмотрены основные подходы к определению понятия «задача», «текстовая задача», «сюжетная задача», «практико-ориентированная задача». Задача – основное средство развития пространственного мышления, творческой деятельности школьников. В процессе решения задач формируется не только логическая, эвристическая, алгоритмическая составляющие мышления, но и многие нравственные качества учащихся.
* Изучена классификация практико-ориентированных задач различными авторами, и для дальнейшего исследования выбрана классификация разработанная Цыганковым и дополненная нами.
* Рассмотрен общий метод решения практико-ориентированных задач.

Общий метод решения практико-ориентированных задач состоит в моделировании их в виде уравнений или систем уравнений. Но этот общий метод начал внедряться в школьное обучение лишь в последние десятилетия. А до этого в обучении применялись разные методы решения задач: арифметический, алгебраический, геометрический, логический и практический методы. Иногда в ходе решения практико-ориентированной задачи применяются несколько методов одновременно. В этом случае считают, что задача решается комбинаторным (смешанным) методом. Также, был рассмотрен метод математического моделирования, представляющийся нам наилучшим способом, предполагающим необходимость формировать математическую модель.

Для решения второй задачи нами:

* Раскрыта роль практико-ориентированных задач в обучении математике:
	+ Обучающая роль практико-ориентированных задач.
	+ Развитие мышления учащихся при решении практико-ориентированных задач.
	+ Воспитательная роль практико-ориентированных задач.

Решение практико-ориентированной задачи является не одномоментным действием, а сложной многоплановой работой учащегося. Весь процесс решения практико-ориентированной задачи можно разделить на восемь этапов, но лишь четыре являются обязательными – это этапы анализа задачи, поиска решения, осуществления решения и формулирования ответа. Остальные этапы являются необязательными, и имеются лишь при решении сложных или особых задач. Наибольшую трудность для ученика представляет этап поиска решения практико-ориентированной задачи.

1. **Использование метода математического моделирования при решении практико-ориентированных задач в средней школе**

Моделирование – важный метод научного познания и сильное средство активизации учащихся в обучении. Метод математического моделирования позволяет формировать мировоззрение школьников, создавать у них представления о современных достижениях, возможностях и широте математического способа познания действительности, вооружает умениями добывать и обрабатывать информацию $\left[8\right].$

В настоящее время современное общество меняет взгляд на содержание математического образования. Основное внимание направлено на развитие способности учащихся применять полученные в школе знания и умения в жизненных ситуациях. Сегодня нужны функционально грамотные выпускники, способные вступать в отношения с внешней средой, быстро адаптироваться и функционировать в ней.

К основным целям обучения математике относятся:

* формирование умений строить математические модели простейших реальных явлений;
* исследование явлений по заданным моделям;
* конструирование приложений моделей;
* приобщение учащихся к опыту творческой деятельности и формирование у них умения применять его.

Решение практико-ориентированных задач методом математического моделирования приучает выделять посылки и заключения, данные и искомые, находить общее и особенное в данных, сопоставлять и противопоставлять факты $\left[32\right]$.

Практико-ориентированные задачи, решаемые с помощью метода математического моделирования, используются как очень эффективное средство усвоения учащимися понятий, методов, вообще математических теорий, как наиболее действенное средство развития мышления учащихся, как универсальное средство математического воспитания и незаменимое средство привития учащимся умений и навыков в практических применениях математики $\left[28,29\right]$. Решение практико-ориентированных задач данным методом хорошо служит достижению всех тех целей, которые ставятся перед обучением математике.

Моделированию, особенно алгебраическому и аналитическому, следует уделить в школе должное внимание $\left[23,34\right]$, так как математические модели используются для решения (или хотя бы облегчения решения) практико-ориентированных задач. Кроме того, при построении модели используется такие операции мышления, как анализ через синтез, сравнение, классификация, обобщение, которые являются операциями мышления, и способствуют его развитию. Составление математической модели задачи, перевод задачи на язык математики исподволь готовит учащихся к моделированию реальных процессов и явлений в их будущей деятельности.

* 1. **Сущность метода математического моделирования, его роль и место в процессе обучения**

Метод математического моделирования – это основной инструмент, который является наиболее важным методом для изучения процессов, систем и задач$\left[24,50\right]$. А также, для наиболее успешного освоения данного метода необходимы не только теоретические знания, но и умение решать прикладную задачу, которая возникает в определенной ситуации. Изучение метода математического моделирования и его элементов, как правило, начинается в средней школе. Те или иные разделы школьной программы, такие как, задачи на работу, движение, проценты, прогрессии, рассматриваются как введение в метод математического моделирования. Нам известны случаи, когда учащиеся при решении задач на составление дифференциальных уравнений занимаются исследованием этих решений. Практика представлена в форме текстовых задач, которые описывают конкретные ситуации, анализирующая требования написание математических формулировок задач и умения находить их решение.

Частным случаем моделирования является математическое моделирование. Оно является наиболее важным видом знакового моделирования, которое осуществляется при помощи средств языка математики. Эти образования и их элементы постоянно рассматриваются с преобразованиями и операциями, которые выполняет человек или машина $\left[24\right]$.

Понятия «математическая модель» и «моделирование» широко используются в науке и на производстве. Это же самое математическое моделирование также предполагает и использование исследования оригинала математической модели, которая помогает получить новую информацию об объектах познания и его закономерностях. Также мы знаем, что для исследования математических процессов и явлений, которые происходят в реальности, надо уметь описать на математическом языке, а если быть точнее, то уметь строить математическую модель различных процессов и явлений. Эти модели, как раз таки и являются объектами математического исследования.

*Математическая модель — это примерное описание какого-нибудь класса явлений, выраженное на языке какой-нибудь математической теории (с помощью системы алгебраических уравнений и неравенств, дифференциальных или интегральных уравнений, функций, системы геометрических предложений, векторов и т.п.).*

Е.М. Вечтомов говорит $\left[8\right]$, что «математическая модель реальной ситуации – это вполне определенное описание данного явления, выраженное на языке формул». Он выделяет следующие свойства моделей, наиболее важные для понимания:

1) адекватность (теоретическое соответствие реальности) и применимость (практическая польза) модели. Говоря об адекватности, автор акцентирует внимание на определенной структурной сложности модели, в то время как применимость модели означает осуществимость модельных вычислений.

2) простота и сложность модели. Отмечается достаточная условность этих понятий, однако. Если взять две модели одного и того же явления, то сравнить их по сложности вполне возможно.

3) жесткие и мягкие модели. Жесткая модель достаточно примитивна и проста, содержит небольшое количество параметров, которые, как правило, являются константами. Мягкая более сложна, содержит большее число параметров, которые позволяют учитывать меняющееся состояние системы [30].

Из выше изложенного, мы делаем вывод, что выбранная модель исследуемого процесса не может быть простой или слишком сложной.

Для изучения многих задач зачастую использует метод моделирования. Настоящие объекты или про­цессы временами бывают сложными и многогранными, в связи с этим их изучение невозможно без построения и исследования модели, которая отображает какую-либо сторону этого процесса или объек­та.

Под *моделями* (от лат. *тodе1u –*мера) понимают абстрактно материально реализованные системы, отражающие и воспроизводящие различные объекты исследования, способные заменить их в определенных условиях, которые дают возможность получить новую информацию об этом объекте.

Модель в широком смысле рассматривается как знаковый образ оригинала. В качестве модели выступают различные изображения, схемы, графики, чертежи, уравнения и т.п. $\left[34,36\right].$Но важно помнить, о том, что модель – это отображение оригинала. Важно помнить, что необходимо выбирать наиболее удобную модель для изучения свойств реальных объектов.

Обычно модель охватывает только те свойства оригинала, которые являются наиболее важными в данной ситуации и требуют изучения.

Процесс построения модели, который заключается в том, что для исследования тех или иных явлений и процессов можно выбрать или построить любую другую модель. При помощи выбранной модели появляется возможность изучать и решать исследовательские задачи и их результаты переносить на первоначальный объект $\left[41\right]$. Данное моделирование можно применить в том случае, когда нет возможности в естественных условиях, или когда необходимо процесс исследования сделать более облегченным для какого-либо объекта. Модель обладает только важными свойствами моделируемого объекта.

Моделирование это один из основных методов любой науки. При изучении этих наук ученные создают модель, которая дает возможность дальнейшего изучения явления, построенная на этой модели. После ее исследования и изучения необходимо ее применить на практике. Каждый человек, преследуя одну и ту же цель, для построения модели используют разные методы.

Мы не можем не отметить одну из важных закономерностей – создание знаково-символических моделей, которые производятся на основе предварительного создания – или абстрактных образов.

Разрабатывая модель сначала создает у себя мысленный образ данного объекта, а потом на ее основе выстраивает абстракную модель. Усвоение готовой модели производится в обратном порядке, сначала восприятие, а затем построение соответствующей модели. Она не просто дает возможность создать образ объекта, а также создает его образ, и, если он несущественен, то он отбрасывается.

Этапы моделирования: $\left[34\right]$:

1. Выявление в ситуации или явлении существенных факторов и отбрасы­вание несущественных.

2. Построение схемы взаимосвязи существенных факторов.

3. Получение из построенной схемы необходимых выводов.

Для реализации описанного содержания процесса моделирования необхо­димо:

* + - 1. знать некоторые объекты, отношения и факты некоторой области дея­тельности;
			2. уметь выделять основное и отбрасывать несущественное;
			3. создавать на полученной основе схему ситуации;
			4. выбрать язык, на котором она будет рассматриваться;
			5. получить из схемы выводы, т.е. решить задачу на выбранном языке.
	1. **Анализ педагогической и методической литературы по проблеме использования математического моделирования в обучении решению практико-ориентированных задач в средней школе**

В научной литературе уделяется внимание раскрытию сущности практико-ориентированного подхода в обучении. Так, А. И. Голуб определяет особенности указанного обучения, отмечая, что оно предполагает единство логической и образно-эмоциональной составляющих содержания учебного процесса. Обучение данного типа позволяет приобретать знания, развивать навыки их применения в процессе решения различных задач, которые возникают в реальной действительности [10].

Существуют исследования, посвященные методической подготовке учителя математики, касающиеся реализации практико-ориентированного обучения в средней школе. Например, исследователи С. Б. Забелина, И. А. Пинчук в качестве компонента методической подготовки будущих учителей математики рассматривают учебно-прикладные задачи, выявляют их особенности, приводят классификация задач по уровню сложности, выделяют методические требования к задачам [16, с. 91]. Также в статье изложены этапы формирования практических умений будущих учителей математики по отбору или разработке учебных прикладных задач, по составлению их методической характеристики.

Созвучно указанному направлению исследование М. В. Егуповой. Ею разработано учебное пособие для студентов педагогических вузов, представляющее методику, которая может применяться в школьном практико-ориентированном обучении. [15, с. 25]. Особенность указанного учебного пособия в том, что в нем представлена как эволюция школьного обучения применению математики на практике, так и его современный этап. В пособии приведены примеры таких задач.

О. И. Чикунова, А. В. Бобровская в статье «Обучение методу математического моделирования при решении задач с практическим содержанием» приводят анализ причин низкого уровня математической грамотности в области применения математики к решению практических задач [50, с. 132]. В качествеглавногосредстваувеличениястепениматематической грамотности представленаавторскаяметодикаобученияобучающихсяметодуматематическогопрогнозированиянапримеререшениязадач с фактическимсодержанием, содержащихся в открытом банке задачпоматематике. Установлениеисточниковточныхпроблем, конкретизация частейметодаточногопрогнозированиядлярешениязадачвыбранного класса, организацияобученияотдельнымкомпонентамспособаточногопрогнозирования с применениемсовокупностиспециальновыбранныхматематическихзадачдают возможностьувеличитьстепеньматематической грамотности в сферерешениязадач с практическимсодержанием.

Имеются также обширные исследования, охватывающие практико-ориентированное обучение учащихся различных возрастных категорий. Так, А. Д. Нахман изучил проблемы формирования практико- и профессионально-ориентированных умений средствами предметной области «Математика» у учащихся школы и студентов бакалаврских направлений подготовки [30]. Автором проанализированы требования ФГОС и Концепции развития российского математического образования к приобретению учащимися первичных навыков математического моделирования. В работе представлен соответствующий понятийно-категориальный аппарат. А.Д. Нахман адаптирует четырехэтапный процесс математического моделирования к учебным задачам. Интерес представляют изложенные различные подходы к трактовке понятия образовательных компетенций и введение в рассмотрение компетенции математического моделирования. Автор приводит содержательную характеристику (в формате знать/уметь/владеть) компетенции, перечисляет уровни и признаки ее проявления. В работе сформулировано понятие содержательно-методической линии математических моделей и обозначены возможности её реализации средствами соответствующих модулей курса математики.

Таким образом, дляреализации практико-ориентированного обучения целесообразносовместитьобучениематематике с новейшимиспособамипреподаваниянабазеобщего принципа профильной направленности. Достаточно много исследований посвящены формированию финансовых познаний учащихся посредством решения экономических задач. Например, исследователи Н. А. Корощенко, Т. И. Кушнир, Л. П. Шебанова, Г. А. Яркова, С. В. Демисенова анализируют такой аспект обучения математике в рамках ее преподавания в школе и высших учебных заведениях, как развитие экономической культуры. [22]. Указанные исследователи отмечают исключительное значение, которое имеет предметная область математики. Они обращают внимание, что математика служит средством, позволяющим выявлять сущность значительного числа различных проблем, принципов, законов, присущих окружающей действительности. Статья данных авторов отражает опыт, полученный по результатам обучения школьников математике с экономическим содержанием. Авторы составляют содержание преподаваемого материала, исходя из экономических реалий региона. На основе решения заданий математического характера с региональным содержанием обеспечивается возможность ознакомиться с особенностями условий, в которых протекает экономическая активность соотечественников. Данные задания позволяют повысить грамотность в финансовой сфере. Они также обеспечивают учет требований, предусмотренных ФГОС, в части развития личности учащегося, его адаптации к участию в реальных финансовых отношениях.

Е. П. Юрочкина в статье «Практико-ориентированный подход в обучении математике» рассуждает о том, что активное развитие общества обуславливает необходимость переоценки содержания обучения математике [54]. Данное обучение должно формировать у учащихся навыки применения знаний и умений, полученных в школе, к решению задач, возникающих в повседневной жизнедеятельности. Автор подчеркивает, что на сегодняшний деньнеобходимыфункциональноквалифицированные выпускники, умеющиевступать в отношения с внешнейсредой, стремительноприспосабливаться и работать в ней. Реализация этогоусловия делает актуальной ориентациюобразовательныхконцепцийнаформирование у обучающихсякачеств, необходимыхдлясуществования в нынешнеммире и реализациифактического взаимодействия с окружающей действительностью. Изучение математики является основополагающим в концепции подготовки обучающихся к использованиюприобретаемыхпознаний в практическихцелях, так как её универсальность дает возможностьпоказатьвзаимосвязьабстрактногоматериала с практикой. Благодаря изучению математики у обучающихся формируются умения регулироватьпроблемы, возникающие в ходепрактической деятельностичеловека.

Авторы Н. А. Зеленина, М. В. Крутихина в статье «Прикладные и учебно-прикладные задачи в обучении математике в классах химико-биологического профиля» уточняют состав целей обучения математике в классах различных профилей, в т. ч. такого профиля, как химико-биологический [18]. Указанные исследователи отмечают наличие у учащихся, которыми выбраны соответствующие профили, определенных особенностей психофизиологии. Соответственно, прикладной стиль мышления формируется в результате обучения математическому моделированию с применением задач, имеющих учебно-прикладной и прикладной характер.

* 1. **Методика применения метода математического моделирования в процессе обучения решению практико-ориентированных задач в средней школе**

Метод моделирования можно рассматривать как один из способов познания окружающего мира. Данный метод, на сегодняшний день, начал развиваться стремительными темпами, его применение в различных областях науки и знаний достигло необычайных высот. Моделирование является одним из главных способов изучения окружающей действительности.

Модель это некоторый материальный или абстрактный объект, который в процессе изучения может заменить объект, реально существующий, при этом, модель сохранит большую часть главные для данного исследования типичные черты. Если, используя некоторую модель объекта, определить ее свойства и характеристики, то можно с уверенностью утверждать, что реальный объект будет обладать теми же характеристиками и свойствами, что и выбранная модель. Однако, у этого метода есть существенный недостаток – не всегда выбранная модель и реально существующий объект идентичны, с чем и будут связаны погрешности в выявлении тех или иных свойств и закономерностей.

Рассмотрим, в начале, что собой представляют материальные модели: эти объекты, существуют объективно. Их функция – воссоздание структуры, характера изучаемого процесса, то есть, отражение пространственных свойства, зависимостей и связей. Идеальные же модели, существуют лишь абстрактно.

Математическое моделирование представляет собой частный случай моделирования. Является главным видом знакового моделирования и реализуется средствами языка математики. Исходя из всего вышесказанного, можно сделать вывод, что обучение учащихся с использованием метода моделирования, развивает у последних умение мыслить и анализировать самостоятельно, способствует развитию мышления, интуиции и творческих способностей $\left[21,28\right]$.

Ознакомление учащихся с методом моделирования можно осуществить на примере решения практико-ориентированных задач.

В школе, ученики знакомятся с математической моделью еще на начальном звене, хотя в большинстве учебников понятие «математическая модель» не определяется. Используя математические модели и моделирование, ученики решают практические задачи на многих, смежных с математикой, дисциплинах. Математическое моделирование находит применение при решении многих и практико-ориентированных задач. Составление математической модели задачи, перевод задачи на язык математики поневоле готовит учащихся к моделированию ситуаций, существующих в реальной жизни.

Построение модели практико-ориентированной задачи имеет несколько целей:

а) *Фиксация результатов анализа задачи;*

б) Р*ассмотрение задачи с различных сторон;*

в) *Построение первичной модели задачи*.

Естественно, построение математической модели задачи производится не всегда, и не при решении всех практико-ориентированных задач. Когда задача простая, то ее решение очевидно, и в построении математической модели нет никакой нужды. Но, при решении более сложных практико-ориентированных задач, построение математической модели является единственным наиболее простым способом решения.

Математическая модель может представлять собой различные виды: это может быть график, таблица, уравнение, схема, диаграмма и т.п. Выбор вида математической модели практико-ориентированной задачи зависит как от особенностей задачи, так и от особенностей ученика, от его умений и навыков, удобного для него способа исследования и построения модели задачи.

При построении математической модели учащиеся опираются, не только на данный текст задачи, но и на знания, умения и навыки, приобретенные в результате жизненного опыта и полученных знаний о предметном содержании количественных соотношений, встречающихся в практико-ориентированных задачах, и на способы описания этих соотношений.

*Поиск способа решения задачи*

Любая практико-ориентированная задача предполагает необходимость осознанного поиска способа ее решения. Под поиском решения задачи понимается отыскание способа построения логики решения, в соответствии с чем, выполняются различные действия, которые должны привести к требуемому результату. [23, с. 34]. При этом надо понимать, что одна и та же задача, может быть решена не одним методом, а многими. Естественно, выбор метода и способа решения зависит также от характера и особенностей решаемой задачи. Задача обучения состоит не только в том, чтобы учащиеся овладели всеми методами и способами решения практико-ориентированных задач, но и в том, чтобы они научились правильно и рационально выбирать метод и способ решения для заданной задачи.

В случае сложной практико-ориентированной задачи выбор очень часто представляет собой трудоемкий процесс поиска среди известных учащимся методов и способов решения.

*Построение решающей математической модели задачи*

При выборе того или иного метода решения практико-ориентированной задачи, необходимо построить для нее соответствующую решающую математическую модель. Это значит, что если выбран геометрический метод, то необходимо построить геометрическую модель и на ее основе решить задачу; если выбран алгебраический метод решения, то решающая модель строится в виде уравнения или системы уравнений, неравенств или смешанной системы.[48, c.172]

*Решение математической модели практико-ориентированной задачи*

В случае арифметического способа решение задачи сводится к выполнению намеченных действий или вычислений по полученной формуле.

В случае алгебраического способа решение задачи сводится к решению полученного уравнения, системы уравнений или неравенств.

При этом, как правило, требуется уточнение модели, ибо в противном случае можно получить решение, не удовлетворяю­щее условиям задачи. Это уточнение, которое мы подробно рас­смотрим ниже, обычно выделяется в особый этап процесса ре­шения — исследование задачи и ее решения.

*Проверка*

Проверка является заключительным этапом решения задачи, который состоит в установлении факта, что полученное решение удовлетворяет всем условиям задачи. Она необходима для того, чтобы исключить появление неверных (неполных) ответов задачи.

Но проверка решения сюжетной задачи нужна лишь при решении сложных задач. При решении простых задач проверка обычно не производится, ибо правильность или ошибочность решения очевидна. [48, c.172]

*Формулирование ответа задачи*

Ответ задачи обычно формулируется в форме словесного ответа на вопрос или требование задачи. Условия, при которых этот ответ имеет смысл, если они установлены, также указывается в ответе. Если же решений несколько, то все они перечисляются.

*Учебно-познавательный этап*

Решение практико-ориентированных задач необходимо не только для того, чтобы учащиеся нашли решили задачу, а для того, чтобы в процессе ее решения прибрели определенные знания, развили у себя определенные умения и способности, выработали общие полезные привычки и навыки. [48, c.173]

Поэтому заключительное обсуждение проведенного реше­ния, его анализ и исследование имеют немаловажное значение. Выявление недостатков проведенного решения, поиски лучше­го решения, установление и закрепление в памяти учащихся тех приемов и способов, которые были использованы в данном реше­нии, выявление условий возможности применения этих приемов и способов — все это как раз и будет способствовать превращению ре­шения задач в могучее обучающее и воспитывающее средство.

* 1. **Методические рекомендации использования математического моделирования при решении практико-ориентированных задач в средней школе на примере МБОУ Кичкинской СОШ**
		1. **Обучение решению практико-ориентированных задач по УМК Е.А.Бунимович, Г.В. Дорофеева, и др. в пятых-шестых классах**

В настоящее время в системе развивающего образования введены стандарты второго поколения (Приказ Минобрнауки РФ от 17.12.10 № 1897 - ФГОС основного общего образования (5-9 кл.), которые осуществляют обучение не знаниям, умениям и навыкам, как было раннее, а обучение, теперь, производится универсальным учебным действиям. И, в образовании, теперь, обозначается новая цель: «Общекультурное, личностное и познавательное развитие учащихся, обеспечивающее такую ключевую компетенцию, как умение учиться». Таким образом, каждая личность претерпевает изменения, которые формируют универсальные учебные действия. Нами, непосредственно, было отмечено, что стандарты поколения носят деятельностный подход к обучению, где развивающаяся личность сможет применять полученные умения и навыки не только в пределах школы, но и в жизни.

Из сказанного выше, можно заметить, что практико-ориентированный подход к обучению является мощнейшим средство, которое готовит субъекта к будущему.

Тем предметом, который можно назвать универсальным, является математика, так как именно она является связующим звеном со многими школьными дисциплинами, если не со всеми. В огромном количестве учебно-методических комплексов, которые есть на сегодняшний день, несложно запутаться, в связи с этим, существенно возрастает проблема выбора из всего этого многообразия наиболее подходящее УМК. При этом надо понимать, что выбор педагогическим коллективом определенного УМК зависит не столько от того, какое УМК лучше для обучения, но и еще от того, входит ли выбранный УМК в перечень министерства образования. И этот выбор не всегда бывает лучшим для обучения.

В нашей МБОУ Кичкинской СОШ педагогическим коллективом школы был выбран следующий учебно-методический комплекс: УМК «Сферы» «Математика. Арифметика. Геометрия». 5-6 классы издательства «Просвещение», под редакцией Е.А.Бунимовича и Г.В.Дорофеева $\left[4,5\right]$, по мнению педагогического состава, с данным УМК прослеживается связь с изученным в начальной школе, что немаловажно.

Из опыта, нами сделан вывод – этот учебник интересен как детям, так и но и их родителям. Данный УМК можно считать укомплектованным полностью, в него входят следующие учебные структурные элементы:

* Рабочие программы;
* Учебник;
* Электронное приложение к учебнику(CD);
* Тетрадь-тренажер;
* Задачник;
* Тетрадь-экзаменатор;
* Поурочное тематическое планирование;
* Поурочные методические рекомендации.

Рубрики, из которых состоит данный учебник, привлекают своим разнообразием.

Школьным методическим объединением педагогов-математиков МБОУ Кичкинская СОШ выбран данный учебно-методический комплекс, в связи с тем, что он доступен для учеников, содержит красочные иллюстрации, доступный язык изложения материала, материал подается порционно, огромное количество задач различного типа, содержит геометрический материал (огромное разнообразие).

Рассмотрим каждый тип практико-ориентированных задач в отдельности.

*Задачи-исследования*

Исследовательские задания, которые есть в данном УМК, представляют собой задания, решив которые, учащийся «сам» открывает для себя те или иные понятия и закономерности. Работая с данным комплексом УМК уже не первый год, мы сделали вывод о том, что задания такого типа целесообразно давать учащимся, мотивированным на пополнение своего математического багажа, так как именно учащиеся данной группы заинтересованы в решении задач такого рода. Задачи-исследования можно решать и всем классом и на любом этапе урока, но более целесообразно, на наш взгляд, такие задания задавать на дом, где учащимся будет предоставлено больше времени на решение задания.

*Задачи на движение*

Задачи на движение в УМК под редакцией Е.А.Бунимовича и Г.В.Дорофеева для 5-6 классов, впервые представлены в 5-ом классе в главе: «Действия с натуральными числами». Как и ранее, основными величинами являются понятия: скорость $–V$, время $–t$, и путь $–S.$ Учащимся необходимо усвоить эти понятия, а также основные зависимости между этими величинами:

**Табл.1**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Скорость | Время | Расстояние |
| $$V=\frac{S}{t}$$ | $$t=\frac{S}{V}$$ | $$S=V∙t$$ |

Перед изучением данной темы учащимся необходимо повторить тему: «Перевод величин», так как иногда наличие в задачи величин разных единиц вызывает у многих школьников трудности. Авторы данного учебника разделили эту тему на следующие пункты:

* [*Задачи на движение в противоположных направлениях и встречное движение*](http://seninvg07.narod.ru/005_matem/data/sphera/03_dej_natur/16_zadachi.rar)*, движение «вдогонку».*

В задачах такого типа, учащимся нужно усвоить два важных факта: при движении «навстречу» общая скорость находится сложением известных скоростей, так же как и при движении в противоположных направлениях, и, лишь при движении «вдогонку», общая скорость находится вычитанием (из большей скорости отнимается меньшая скорость).

Задача 1.Две машины едут навстречу друг другу. Первая едет со скоростью 115 км/ч, скорость другой на 25 км/ч  меньше скорости первой. Расстояние между городами 615 км. Через сколько часов машины встретятся?

Решение:

**Схема 1**

$V=115\frac{км}{ч}V=25\frac{км}{ч}$

$$S=615км$$

1. Общая формула движения:$S=V∙t$,
2. Для начала, определим скорость второй машины: $V\_{2}=V\_{1}-25=115-25=90\frac{км}{ч}$
3. Речь идет о движении «навстречу», необходимо найти скорость движения «навстречу»: $V=V\_{1}+V\_{2}=115+90=205\frac{км}{ч}$
4. Нам необходимо найти время, поэтому: $t=\frac{S}{V}=\frac{615}{205}=3ч$.

Ответ.3ч.

Задача 2.Из одного и того же пункта  одновременно в разных направлениях выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля 115 км/ч, а второго – 90 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 часа?

Решение: Рассмотрим другой способ решения задач такого типа – табличный.

**Табл.2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние,$S\left(км\right)$ |
| 1 автомобиль | 115 | 3 | ? |
| 2 автомобиль | 90 |

1. Общая формула движения:$S=V∙t$,
2. Речь идет о движении «в противоположных направлениях», необходимо найти общую скорость движения:

$$V=V\_{1}+V\_{2}=115+90=205\frac{км}{ч}$$

1. Нам необходимо найти расстояние,

поэтому: $S=V∙t=205∙3=615\left(км\right)$

Ответ. 615 км.

Задача 3.Грузовик и легковой автомобиль одновременно выезжают из пунктов A и B со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч соответственно.

Оба транспортных средства движутся в одном направлении так, что автомобиль приближается к пункту A, а грузовик удаляется от обоих пунктов.

Через какое время автомобиль догонит грузовик, если расстояние между A и B составляет 40км?

Решение:

**Табл.3**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние,$S\left(км\right)$ |
| Грузовик | 60 | ? | 40 |
| Автомобиль | 80 |

1. Общая формула движения:$S=V∙t$,
2. Речь идет о движении «вдогонку», необходимо найти общую скорость движения: $V=V\_{1}-V\_{2}=80-60=20\frac{км}{ч}$
3. Рассчитаем расстояние, которое пройдет каждый из движущихся объектов за время t, имеем: $S\_{1}$= $V\_{1}∙t$ и $S\_{2}$= $V\_{2}∙t$ здесь $S\_{1}$, $V\_{1}=60{км}/{ч}$ и $S\_{2}$, $V\_{2}=80{км}/{ч}$ – пройденные пути и скорости движения грузовика и автомобиля до того момента, когда второй догонит первого.
4. Поскольку расстояние между пунктами A и B равно 40 км, то автомобиль, догнав грузовик, пройдет путь на 40 км больше, то есть $S\_{1}-S\_{2}=40км.$
5. Подставляя в последнее выражение формулы для путей $S\_{1}иS\_{2}$, получим: $V\_{2}∙t-V\_{1}∙t=40$ или $80∙t-60∙t=40$, откуда $t=2ч.$

Ответ. 2 ч.

* [*Задачи на движение по реке.*](http://seninvg07.narod.ru/005_matem/data/sphera/03_dej_natur/18_dv_po_reke.rar)

Данный тип задач также представлен в УМК для 5-6 классов под редакцией Е.А.Бунимовича и Г.В.Дорофеева в 5 классе.

В задачах такого типа учащимся важно понять разницу между скоростями: собственная скорость объекта, скорость объекта по течению, скорость объекта против течения скорости реки.

Можно эту разницу представить в виде следующей таблицы-схемы:

**Табл.4**

|  |  |
| --- | --- |
| Собственная скорость объекта | $$V\_{соб}=\frac{\left(V\_{потеч}+V\_{пр.теч}\right)}{2}$$ |
| Скорость течения | $$V\_{теч}=\frac{\left(V\_{потеч}-V\_{пр.теч}\right)}{2}$$ |
| Скорость объекта по течению | $$V\_{потеч}=V\_{cоб}+V\_{теч}$$ |
| Скорость объекта против течения | $$V\_{пр.теч}=V\_{cоб}-V\_{теч}$$ |

Для учащихся 5-6 классов, можно дополнить данную схему иллюстрациями: движение по течению и движение против течения. А также провести аналогию с движением «в гору», и «с горы», в которой даже слабым учащимся будет понятна схема: когда нужно добавить к собственной скорости объекта скорость течения, а когда наоборот, отнять.

Задача 1.Катер плывет от одной пристани до другой вниз по течению реки 2 ч. Какое расстояние проплыл катер, если его собственная скорость равна 15 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч? За какое время катер проплыл обратный путь, плывя против течения?

Решение:

**Табл.5**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние,$S\left(км\right)$ |
| Скорость объекта по течению | 15+3 | 2 | ? |
| Скорость объекта против течения | 15-3 | ? | ? |
| Собственная скорость объекта | 15 |  |  |
| Скорость течения | 3 |  |  |

1. Из таблицы интуитивно понятно (опираясь на предыдущую таблицу-схему), каким образом находятся скорости катетера по течению и против течения:

$$V\_{потеч}=V\_{cоб}+V\_{теч}=15+3=18{км}/{ч}$$

$$V\_{пр.теч}=V\_{cоб}-V\_{теч}=15-3=12{км}/{ч}$$

1. Найдем расстояние, которое прошел катер по течению: $S=V\_{потеч}∙t=18∙2=36км$. Такое же расстояние он прошел против течения (так как катер вернулся обратно на пристань).
2. Найдем время движения катера против течения реки:

$$t=\frac{S}{V\_{пр.теч}}=\frac{36}{12}=3ч$$

1. Найдем общее расстояние, которое прошел катер:$S=S\_{1}+S\_{2}=36+36=72км$

Ответ.72 км.

*Задачи геометрического содержания (на нахождение площадей, объемов и т.п.)*

Задачи этого типа также хорошо освещены в УМК для 5-6 классы под редакцией Е.А.Бунимовича и Г.В.Дорофеева, представлены в 5-ом классе в главе: «Углы и многоугольники». К основным задачам изучения раздела «Углы и многоугольники» входит развитие геометрических представлений учащихся, образного мышления, пространственного воображения, изобразительных умений. Этот этап изучения геометрии осуществляется на наглядно-практическом уровне, при этом большая роль отводится опыту, эксперименту. Учащиеся знакомятся с геометрическими фигурами и базовыми конфигурациями, овладевают некоторыми приёмами построения, открывают их свойства, применяют эти свойства при решении задач конструктивного и вычислительного характера.

К задачам практико-ориентированного типа из раздела «Углы и многоугольники» относятся задачи на нахождение площадей, периметров и объемов фигур. Поэтому целесообразно, по нашему мнению, перед изучением данной темы повторить раздел «Величины», в частности, «единицы длины», «единицы площадей» и «единицы объемов».

Очень важным аспектом является изучение геометрических фигур, их свойств и их измерений (длина, ширина, высота). Если учащиеся хорошо будут оперировать основными определениями, понятиями и понимать свойства геометрических фигур, то изучение темы «Площади и объемы» не вызовет у них затруднений.

В конце изучения темы «Углы и многоугольники» можно провести урок-практикум «Делаем ремонт дома», на котором окончательно закрепить понятия: «Площадь», «Объем», «Периметр» многоугольников, а заодно повторить тему: «Цена. Количество. Стоимость». Разработку данного урока можно просмотреть в «Приложениях».

*Задачи на проценты*

Задачи на проценты впервые в УМК для 5-6 классов под редакцией Е.А. Бунимовича и Г.В.Дорофеева, начинаются изучать в шестом классе в главе: «Дроби и проценты». При этом, ознакомление с такими задачами можно проследить дважды: в начале учебника, перед изучением темы «Дроби», и в середине учебника, перед изучением темы «Десятичная дробь». Формирование понятия процента происходит в несколько этапов:

* Процент – способ выражения доли, он выражается как $\frac{1}{100}$ элемента;
* Процент как результат умножения на десятичную дробь

Задача 1. В магазине было 35 тонн картофеля. В первый день продали 30% картофеля, во второй 45% картофеля. В какой день продали больше картофеля и насколько?

Решение:

1. Находим сколько тонн составляет 1% : 35:100=0,35 т
2. Находим сколько в 30% тонн: 35$∙0,35=10,5т$
3. Находим сколько тонн в 45%: 45$∙0,35=15,75т$
4. Находим разницу во сколько раз больше: $\frac{15,75}{10,5}=1,5раз$

Ответ. 1,5 раз.

Задача 2.Летом цена товара была повышена на 10% , а зимой – еще на 5%. Сколько стал стоить товар, если его стоимость была  300 руб.?

Решение:

1. Для начала найдем стоимость после первого повышения:

$300+300∙0,10=330рублей$.

1. Найдем стоимость после второго повышения:

$$330+330∙0,05=346,5рублей.$$

Ответ:  346,5 рублей.

*Задачи на совместную работу*

Задачи на совместную работу впервые в УМК для 5-6 классов под редакцией Е.А.Бунимовича и Г.В.Дорофеева, представлены в 6-ом классе в главе: «Дроби и проценты».

Как такового, алгоритма решения задач на совместную работу в учебнике не представлено. Поэтому считаем целесообразным вводить алгоритм решения задач такого типа как аналогию задач на движение. Отличительной особенностью задач на совместную работу можно считать то, что в одних задачах объем выполненной работы известен, а в других объем выполненной работы неизвестен. Поэтому с учащимися этот вопрос нужно тщательно исследовать и доводить до понимания учащихся, так как именно эти условия влияют на выбор способа решения задачи.

Первые задачи, там, где объем работы известен, удобно решать, используя таблицу.

Задача 1. Два токаря вместе изготовили 700 деталей. Первый токарь делал в день 80 деталей и работал 5 дней, второй работал на 2 дня меньше. Сколько деталей в день делал второй токарь?

Решение: Составим таблицу:

**Табл.6**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Производительность, $Р\left(\frac{дет}{д}\right)$ | Время, $t\left(д\right)$ | Работа, $А\left(дет\right)$ |
| 1 токарь | 80 | 5 | 700 |
| 2 токарь | ? | ? на 2 меньше |

1. Основная формула:$А=P∙t$, найдем работу, которую выполнил первый токарь: $А\_{1}=80∙5=400деталей,$
2. Найдем время работы второго токаря: $5+2=3дня,$
3. Найдем работу, которую выполнил второй токарь: $А\_{2}=А-А\_{1}=700-400=300деталей,$
4. Найдем производительность второго токаря: $Р\_{2}=\frac{А\_{2}}{t\_{2}}=\frac{300}{3}=100деталейвдень.$

Ответ. 100 деталей в день.

Для решения задач второго типа, текст задачи можно проиллюстрировать чертежами, что помогает учащимся зрительно видеть задачу.

Задача 2. Новая машина может выкопать канаву за 8 часов, а старая – за 12. Новая машина работала 3 часа, а старая – 5 часов. Какую часть канавы осталось выкопать?

Решение:

**Схема 2**



1. $\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{3∙4+5∙2}{24}=\frac{12+10}{24}=\frac{22}{24}=\frac{11}{12}$частей осталось.

Ответ.$\frac{11}{12}частей$

Из всего вышесказанного, нами сделан следующий вывод об обучении решению практико-ориентированных задач по учебнику для 5-6 классов под редакцией Е.А.Бунимовича и Г.В.Дорофеева:

*Положительные черты:*

* Сохранение качества обученности.
* Высокая активность и работоспособность на уроке.
* Ученики чувствуют себя на уроке комфортно, без напряжения.
* Повышение интереса к математике у учеников (большую роль в этом играет работа через компьютер, разнообразие пособий для ученика)
* Учащиеся учатся рассуждать, думать, грамотно излагать свои мысли, не бояться ошибаться.

*Отрицательные черты:*

* Пять часов математики в неделю это очень мало, несмотря на специальное отведение двух часов на внеурочную деятельность по математике – «Юный математик».
* Слабыми учащимися трудно принимается участие в обсуждениях.
* Недостаточная оснащенность школы материальной базой для работы по УМК под редакцией. Е.А.Бунимовича.
* Нет возможности приобрести диск, который входит в данный УМК.
	+ 1. **Обучение решению практико-ориентированных задач по УМК Ю. Н. Макарычева, Н.Г.Миндюк и др. в седьмых-девятых классах**

В МБОУ Кичкинской СОШ линию УМК «Сферы» «Математика. Арифметика. Геометрия». 5-6 классы издательства «Просвещение», под редакцией Е.А.Бунимовича и Г.В.Дорофеева, продолжает линия УМК «Алгебра». 7-9 классы под редакцией Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова и др.$\left[25,26,27\right]$.

Учебники соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования. Учебники содержат теоретический материал, написанный на высоком уровне.

**Особенностями линии**УМК «Алгебра». 7-9 классы под редакцией Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова и др.**:**

* последовательное изложение теории с привлечением большого числа примеров, способствующее эффективной организации учебного процесса;
* создание условий для глубокого усвоения учащимися теории и овладения математическим аппаратом благодаря взаимосвязи и взаимопроникновению содержательно-методических линий курса;
* обеспечение усвоения основных теоретических знаний и формирования необходимых умений и навыков с помощью системы упражнений;
* выделение заданий обязательного уровня в каждом пособии, входящем в УМК.

Рассмотрим, какие практико-ориентированные задачи прослеживаются в данном УМК.

7 класс:

* Глава «СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ»: Среднее арифметическое, размах и мода; медиана как статистическая характеристика;
* Глава «РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ»: решение задач с помощью систем уравнений;

8 класс:

* Глава «ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»: решение задач  с помощью рациональных уравнений;
* Глава «ЧИСЛОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА И ИХ СВОЙСТВА»: Погрешность и точность приближения;
* Глава «ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ»:  Сбор и группировка статистических данных; наглядное представление статистической информации; *(необязательно: дисперсия и среднее квадратичное отклонение).*

9 класс:

* Глава «УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ИХ СИСТЕМЫ»: Решение задач с помощью систем уравнений второй степени;
* Глава «АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ»: Последовательности; Определение арифметической прогрессии; Формула n-го члена арифметической прогрессии; Формула суммы первых n-членов арифметической прогрессии; Определение геометрической прогрессии. Формула n-го члена геометрической прогрессии; Формула суммы первых n-членов геометрической прогрессии; (*необязательно: Метод математической индукции).*
* Глава «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»: Примеры комбинаторных задач; Перестановки; Размещения; Сочетания; Относительная частота случайного события; Вероятность равновозможных событий; (необязательно: Сложение и умножение вероятностей).

Таким образом, из перечисленного выше, можно сделать следующие выводы:

* практико-ориентированные задачи представлены в малом объеме,
* нет никаких разделений на виды и типы практико-ориентированных задач,
* в основном, представлен алгебраический метод решения практико-ориентированных задач.

На протяжении всей линии, данного УМК, можно проследить, что присутствуют практико-ориентированные задачи некоторых типов. Так, например, на разные виды движения и на совместную работу (особенно в 8-9 классах при изучении тем «Решение задач при помощи систем уравнений с одним неизвестным (8 класс) и с двумя неизвестными (9 класс)). Особенно видно, что с 7 по 9 класс хорошо освящена тема «Элементы комбинаторики и теории вероятности». В 2007 году теория вероятностей становится обязательным элементом в школах. В соответствии с государственными стандартами общего образования первого поколения с 2010 года задания стохастической линии включены в контрольные измерительные материалы по математике. В 2015 года решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию принята «Примерная основная образовательная программа основного общего образования».

Согласно Примерной основной образовательной программе основного общего образования учащиеся в 7-9 классах по теме «Математическая статистика» научатся на базовом уровне: иметь представление о статистических характеристиках; представлять данные в виде таблиц, графиков, диаграмм; читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика; определять основные статистические характеристики; иметь представление о роли закона больших чисел в массовых явлениях; сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления; на базовом и углубленном уровне: оперировать понятиями: круговые и столбчатые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, размах выборки, наибольшее и наименьшее значения выборки , дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных; представлять информацию с помощью кругов Эйлера; извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отображающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений; определять статистические характеристики выборок по таблицам, диаграммам, графикам, выполнять сравнение в зависимости от цели решения задачи. Данный тип задач широко используется в экзаменационных материалах по математике, причем не только ОГЭ, но и ЕГЭ.

 В 7-м классе  материал объединен в параграф «Статистические характеристики», который знакомит с простейшими статистическими характеристиками: *среднее арифметическое*, *мода*, *медиана*, *размах*. Упражнения к параграфу можно разделить на две группы. Первую группу составляют задания на отыскание рассматриваемых характеристик и истолкование их практического смысла. Ко второй группе относятся задания, которые требуют не только знания определений изучаемых статистических характеристик, но и умения проводить необходимые рассуждения, использовать ранее введенный алгебраический аппарат.

В 8-м классе  материал также объединен в один параграф «Статистические исследования», где рассматриваются вопросы организации статистических исследований и наглядного представления статистической информации (таблицы частот). После повторения основных статистических характеристик вводятся новые понятия: *интервальный ряд*, *сплошное и выборочное исследование*, *выборка*, *генеральная совокупность*, *репрезентативность*. Идет знакомство с новыми видами наглядной интерпретации результатов статистических исследований — полигонами и гистограммами.

На 9-й класс приходится наибольший объем материала. Здесь два параграфа. «Элементы комбинаторики» содержатся четыре пункта.

* *Примеры комбинаторных задач*. На простых примерах демонстрируется решение комбинаторных задач методом перебора возможных вариантов. Этот метод иллюстрируется с помощью построения дерева возможных вариантов. Рассматривается правило умножения.
* *Перестановки.* Вводится само понятие и формула подсчета перестановок.
* *Размещения.* Понятие вводится на конкретном примере. Выводится формула числа размещений.
* *Сочетания*. Понятие и формула числа сочетаний.

«Начальные сведения из теории вероятностей» изложение материала начинается с рассмотрения эксперимента, после чего вводят понятия: *случайное событие* и *относительная частота случайного события*, *статистическое и классическое определения вероятности*. Параграф завершается пунктом «Сложение и умножение вероятностей». Рассматриваются теоремы сложения и умножения вероятностей и связанные с ними понятия несовместных, противоположных событий. Этот материал рассчитан на учащихся, проявляющих интерес и склонности к математике, и может быть использован для индивидуальной работы.

Задача 1. Найти среднее арифметическое, размах и моду ряда чисел 1, 7, 3, 8, 7, 12, 22, 7, 11,22,8.

Решение:

* 1. Чаще всего в этом ряде чисел встречается число 7 (3 раза). Оно и является модой данного ряда чисел.
	2. Среднее арифметическое:

$\frac{\begin{array}{c}1+7+3+8+7+12+22+7+11+22+8\end{array}}{11}≈$9,81

* 1. Наибольшее из данных чисел – 22, наименьшее -1, найдем размах: $22-1=21$.

Задача 2.На завтрак Саша может выбрать печенье, бутерброд, конфету или кекс, а запить их он может кофе, чаем или соком. Из скольких вариантов завтрака Саша может выбирать?

Решение:

**Табл.7**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Печенье** | **Бутерброд** | **Конфета** | **Кекс** |
| **Кофе** | Кофе+печенье | Кофе+бутерброд | Кофе+конфета | Кофе+кекс |
| **Чай** | Чай+печенье | Чай+бутерброд | Чай+конфета | Чай+кекс |
| **Сок** | Сок+печенье | Сок+бутерброд | Сок+конфета | Сок+кекс |

Из таблицы видно, что вариантов столько, сколько ячеек на пересечении, то есть 12 вариантов.

Задача 3. Телевизор у бабушки сломался и показывает только один случайный канал. Бабушка включает телевизор. В это время по 5 каналам из 35 показывают новости. Найдите вероятность того, что бабушка попадет на канал, где новости не идут.

Решение:

* 1. Найдем по скольким каналам новости не идут: $35-5=30$
	2. Найдем вероятность попадания на канал без новостей: $\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$.

Задачи на стохастику широко используются в материалах ОГЭ и ЕГЭ, поэтому возникает острая необходимость обучению практико-ориентированных решения задач данного типа.

**2.5. Характеристика и анализ опытно-экспериментальной работы**

Экспериментальная работа проводилась на базе МБОУ Кичкинская СОШ. Данная школа является малокомплектной, в 2018-2019 учебном году в среднем звене школы обучается 58 учеников, в старшем звене 13 учеников. В выпускных классах: в девятом классе 10 учеников, в одиннадцатом классе 8 учеников. В МБОУ Кичкинской СОШ один класс математики, уровень оснащенности кабинета можно считать удовлетворительным: есть мультимедийный проектор, экран, магнитная доска, компьютер, колонки, принтер, методическая литература, методические плакаты и таблицы, большая доска. В МБОУ Кичкинской СОШ три учителя математики: один без высшего образования и категории (стаж работы 7 лет), один учитель с высшем образованием и первой категорией (стаж работы 27 лет), и один учитель с высшем образованием и первой категорией (стаж работы13 лет). Все вышесказанное, позволило проводить экспериментальную работу на достаточном уровне.

Экспериментальная работа проходила в девятых – одиннадцатых классах. Списочный состав – 22 учащихся. В данной группе учащихся есть дети, уровень обученности можно охарактеризовать как достаточный, и, есть дети, уровень обученности можно охарактеризовать как средний и ниже среднего.(Приложение 6.Рис. 1)

Учитель 9 класса имеет первую категорию: Бабанская Ольга Сергеевна, учитель 10 и 11 класса имеет высшую категорию: Минаева Ирина Геннадьевна. Для эксперимента были взяты 22 учащихся, которых разделили на две подгруппы по одиннадцать человек, таким образом, чтобы уровни обученности и возрастной состав был одинаковый. Наблюдение проходило в течение 7 месяцев: с апреля 2018 по декабрь 2018 года включительно, исключая летние каникулы.

В основу исследования положена **гипотеза**: если в работе с детьми старшего школьного возраста при развитии навыков решения практико-ориентированных задач использовать дополнительные занятия (элективный курс, например), то формирование способностей решать практико-ориентированные задачи произойдет быстрее и эффективнее, если соблюдать следующие условия:

* создание дополнительных занятий, на которых осуществляется разбор и обучение решению практико-ориентированных задач;
* специальная работа, проводимая учителями по развитию практических умений решать практико-ориентированные задачи у учащихся экспериментальной группы учащихся.

Для подтверждения **гипотезы** необходимо решить следующие **задачи опытно-экспериментальной работы:**

1. Выявить уровень развития навыков решения практико-ориентированных задач в 9-11 классах.
2. Выяснить условия, используемые педагогом в работе по развитию навыков решения практико-ориентированных задач.
3. Создать специальные педагогические условия по развитию навыков решения практико-ориентированных задач для учащихся 9-11 классов на дополнительных занятиях.
4. Провести сравнительный анализ результатов исследования.

Программа проведения экспериментальной части нашей работы предусматривает три главных этапа:

1. Констатирующий эксперимент;

На этом этапе была проведена первичная диагностика уровня развития навыков решения практико-ориентированных задач в экспериментальной и контрольной группах.

1. Формирующий эксперимент;

На этом этапе при проведении дополнительных занятий в экспериментальной группе, использовался метод математического моделирования, направленный на обучение решению практико-ориентированных задач у учащихся 9-11 классов. С контрольной группой на формирующем этапе педагогического эксперимента не проводились дополнительные занятия. Учащиеся, составлявшие, данную группу не включались в группу, где осуществлялись дополнительные занятия по выработке у учащихся навыков решения практико-ориентированных задач.

1. Контрольный эксперимент;

На этом этапе была осуществлена повторная диагностика уровня развития навыков решения практико-ориентированных задач в экспериментальной и контрольной группах, проведен анализ полученных результатов.

**Опытно-экспериментальная работа**

**Констатирующий эксперимент**

Для решения **первой задачи** нам необходимо было выявить уровень развития навыков решения практико-ориентированных задач. Констатирующий эксперимент проводился в течение апреля 2018 года, в процессе которого необходимо было провести анкетирование по выявлению уровня знаний типов практико-ориентированных задач, а также, диагностическую контрольную работу, которая выявит уровень развития данных навыков.

В рамках данного этапа были использованы следующие методы:

\* не включенные наблюдения;

\* тестирование;

\* метод математической и статистической обработки данных.

С этой целью была составлена анкета «Типы практико-ориентированных задач» и диагностическая работа «Практико-ориентированные задачи», для составления диагностической работы использовались следующие сайты:

* [https://oge.sdamgia.ru](https://oge.sdamgia.ru/);
* [https://oge.sdamgia.ru](https://oge.sdamgia.ru/);
* <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-oge>;
* <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege> .

Рассмотренные в данном разделе классификации практико-ориентированных задач наиболее востребованы, поскольку большая часть задач такого типа используется в экзаменационных работах ОГЭ и ЕГЭ по математике в последние годы, а значит, возникает необходимость обучения учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач такой классификации.

Задача *констатирующего* этапа педагогического эксперимента состояла в определении уровня развития навыков решения практико-ориентированных задач учащихся 9-11 классов в обеих группах.

Для оценки навыков решения практико-ориентированных задач учащимися были выделены следующие критерии:

* общее умение решать задачи;
* умение решать задачи определенного вида (частное умение решать задачи).

Нами были разработаны следующие критерии навыков решения практико-ориентированных задач у учащихся 9-11 классов:

* Знание структуры задачи;
* Способности отличать типы практико-ориентированных задач;
* Выбора способа решения данной задачи;
* Способности решить косвенную задачу.

В соответствии с данными критериями мы выделили три уровня сформированности умения решать практико-ориентированные задачи:

* *Высокий уровеньсформированности* – это умение решать задачи соответственно работе и ответы, в которых ученик может самостоятельно и безошибочно решить практико-ориентированную задачу (составить план, решить, объяснить ход решения и точно сформулировать ответ на вопрос задачи).
* *Средний уровень сформированности* – это умения решать задачи соответственно работе и ответы, в которых ученик допускает отдельные неточности в формулировках, допускает ошибки в вычислениях и решениях практико-ориентированных задач, но исправляет их сам или с помощью учителя. При этом в работах не должно быть более одной грубой и трех-четырех негрубых ошибок.
* *Низкий уровень сформированности* – это умения решать задачи соответственно работе и ответы, в которых ученик не справляется с решением задач и вычислениями в них даже с помощью учителя. Допускает 2 и более грубых ошибок.

Для подведения результатов диагностической контрольной работы весь материал необходимо было представить в форме диаграммы (Приложение 6.Рис. 2)

В диаграмме фиксировали уровень сформированности умений решать практико-ориентированные задачи перед началом педагогического эксперимента.

Также, в начале эксперимента, было проведено анкетирование*,* иллюстрирующее результаты измерения индекса удовлетворенности методом математического моделирования к решению практико-ориентированных задач в процессе обучения математике на примере учащихся девятых-одиннадцатых классов. (Приложение 6. Рис.3). Из полученных данных, представленных в виде линейной диаграммы, видно, что:

* Большинство школьников не совсем удовлетворены количественным содержанием практико-ориентированных задач в школьном курсе, в частности, наибольшая удовлетворенность у учащихся десятых классов, наименьшая у одиннадцатых, скорее всего это связанно с необходимостью сдачей государственного экзамена по математике, где существенную часть составляют практико-ориентированные задачи. Удовлетворенность использования учителем практико-ориентированных задач, по мнению большинства учащихся, выше при закреплении изученного материала (Приложение 6.Рис.4).
* Из данной диаграммы видно, что большинство учащихся неудовлетворенны количественным содержанием практико-ориентированных задач в учебниках математики; самый низкий уровень удовлетворенности у учащихся 9 класса, которые учатся по учебникам: Алгебра. 8 класс. Учебник.  Макарычев Ю.Н. и др*.;* Геометрия.7-9 класс. Учебник. Атанясян Л.С.
* Самая высокая удовлетворенность, по мнению большинства учащихся, связана с необходимостью изучения такого рода задач на уроках математики, особенно это видно у учащихся 10-х классов (0,38).
* Достаточно высокая удовлетворенность, по мнению школьников, обусловлена необходимостью навыков решения практико-ориентированных задач в жизни.

Итак, несмотря на общую достаточно высокую оценку школьниками необходимости обучения решению практико-ориентированных задач, и высокую оценку области применения навыков решения такого рода задач в повседневной жизни, необходимо существенно увеличить количество практико-ориентированных задач на уроке математики и выработать методику математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач.

Результаты диагностической контрольной работы обеих групп (контрольной и экспериментальной), можно представить в виде диаграмм, на которых видно, что результаты обеих групп приблизительно одинаковые, как по классам, так и по группам (Приложение 6. Рис.5 и Рис.6). Что позволяет нам сделать вывод о том, что группы равноценны, что очень важно при подведении результатов после проведения педагогического эксперимента.

**Формирующий эксперимент**

Эксперимент длился с мая 2018 года по декабрь 2018 года. В течение этого времени экспериментальный класс в ходе учебного процесса посещал элективный курс, выполнял дополнительные задания на уроках математики. Затем экспериментальной группе учащихся была предоставлена возможность выбора элективного курса по математике «Практико-ориентированные задачи».

Программа и занятия элективного курса представлены в Приложении №4. Цель этого этапа заключалась в проверке эффективности подобранной системы заданий в реальной практике.

Второй срез был проведен в конце формирующего этапа эксперимента. Целью этого среза было выявление уровня эффективности проводимой опытно-экспериментальной работы. Предложенные задания были повышенной трудности, по сравнению с первым срезом (Приложение №6. Рис.7).

В результате проведения констатирующего этапа данного педагогического эксперимента были выявлены учащиеся с ярко выраженным интересом к обучению решению практико-ориентированным задач, скорее всего это связано с тем, что эти учащиеся нацелены на сдачу выпускного экзамена на высоком уровне. Как уже было сказано выше, эти учащиеся были разделены на контрольную и экспериментальную группу.

После анализа работ были получены следующие показатели, которые отображены в диаграмме (Приложение №6. Рис.8)

Из диаграммы видно, что в экспериментальном классе значительно больше учащихся выполняют предложенные задания, нет учащихся, которые бы вообще не приступали к выполнению заданий. Результаты группы позволяют сделать вывод, что уровень знаний увеличился в рамках группы.

Из анализа результата можно сказать, что гипотеза подтвердилась, создание условий для обучения учащихся решению практико-ориентированных задач дополнительно (на элективном курсе) будет способствовать развитию всех познавательных процессов школьников, а также математической интуиции и творческого подхода к решению практико-ориентированных задач.

В ходе *формирующего* эксперимента значительное место занимала индивидуальная работа с детьми, в которой хотелось показать свою доброжелательность, заинтересованность в каждом, без исключения ребенке, особое значение такая работа имела для малоактивных.

**Контрольный эксперимент**

Для того чтобы проверить эффективность экспериментальной работы, было проведено *контрольное* исследование детей экспериментальной и контрольной групп. В связи с тем, что элективный курс рассчитан на 105 часов, а проведено было 17 занятий, результаты будут не столь явными. Проект внедрения элективного курса «Практико-ориентированные задачи» является долгосрочным, и, в результате изучения которого учащиеся должны научиться решать практико-ориентированные задачи различных типов (Приложение №6. Рис.9).

Результаты формирующего этапа эксперимента подтверждают эффективность проведения ориентационного элективного курса для формирования высокого уровня готовности школьников к решению практико-ориентированным задачам (Приложение №6. Рис.10).

Методика контрольного исследования совпадала с методикой констатирующего исследования. Результаты анализировались с привлечением данных констатирующего исследования уровня сформированности навыков решения практико-ориентированных задач.

Таким образом, исходя из вышеперечисленных результатов и диаграмм, можно сделать вывод: введение элективного курса по математике «Практико-ориентированные задачи» мы считаем целесообразным.

* 1. **Обзор практико-ориентированных задач, входивших в задания ОГЭ и ЕГЭ в 2018 году**

ФГОС основного и среднего общего образования является частью федерального государственного образовательного стандарта общего образования, при разработке которого соблюдался принцип преемственности. От формирования универсальных учебных действий в начальной школе на уровне основного общего образования будет осуществляться переход к их развитию, то есть к формированию общеучебных умений и навыков, которые в старшей школе станут основой для формирования широкого спектра компетенций.

Таким образом, необходимость создания практико-ориентированного образования вызвана стремлением общества обеспечить повышение качества жизни ныне живущих и будущих поколений людей на основе комплексного решения социальных, образовательных, экономических проблем.

В связи с этим разработчики ОГЭ и ЕГЭ предлагают учащимся перечень задач практико-ориентированного направления:

1. Задачи на движение:

* Задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
* Задачи на движение по замкнутой трассе;
* Задачи на движение по воде;
* Задачи на среднюю скорость;
* Задачи на движение протяженных тел;

2. Задачи производительность;

3. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии;

4. Задачи на концентрацию, смеси и сплавы;

5. Задачи на проценты, части и доли;

6. Задачи на бассейны и трубы.

Ценность задач – в демонстрации их общности с точки зрения исследования и анализа реальных процессов средствами математики.

Решение задач состоит в построении математической модели по текстовому описанию конкретной ситуации и в применении этой модели для отыскания одной или нескольких величин, имеющих конкретный содержательный смысл. Как правило, математическая модель имеет форму алгебраического уравнения или системы уравнений, которая строится на основе содержательной интерпретации понятий и условий, характеризующих ситуацию в тексте задачи.

Решение построенной модели обычно требует учета содержательного смысла используемых величин. Наконец, самому полученному решению модели должна быть дана содержательная интерпретация.

Учащиеся, как правило, испытывают трудности при решении задач, так как их систематическое решение заканчивается вместе с изучением курса математики 9-го класса. В курсе математики текстовые задачи представлены периодически, и они систематизированы по видам составляемых уравнений, а не по содержательной интерпретации. Кроме того, математическая формализация условий конкретных ситуаций предусматривает использование понятий и закономерностей, либо изучаемых вне математики, либо вытекающих из опыта практической жизни или здравого смысла.

Проблема организации практико-ориентированного обучения не является абсолютно новой, но, тем не менее, и сегодня является актуальной, так как современное образование должно ориентировать учащегося к решению тех реальных проблем, с которыми он столкнется в жизни. Идея формирования у школьников универсальных умений, необходимых для решения жизненных и профессиональных проблем, является одной из ключевых в ФГОС. Так же  решение практико-ориентированных задач, является неотъемлемой частью заданий ОГЭ.

* 1. **Анализ различных способов решения практико-ориентированных задач из второй части ОГЭ-2018 по математике**

В 2018 году ОГЭ по математике являлся обязательным экзаменом для сдачи выпускником девятого класса. По сравнению со структурой 2017 года из работы исключён модуль «Реальная математика». Задачи этого модуля распределены по модулям «Алгебра» и «Геометрия». Количество заданий и максимальный первичный балл оставлены без изменений. Таким образом, работа состояла из двух частей. Первая часть – 20 заданий (14 заданий по алгебре и 6 по геометрии), оцениваемых одним баллом за правильный ответ. И, второй части, где всего шесть заданий (три по алгебре и три задания по геометрии), данные задания оценивались от нуля до двух баллов, в соответствии с предоставленными критериями. Модуль «Реальная математика» как раз и состоял из практико-ориентированных заданий, которые распределились по модулям «Алгебра» и «Геометрия».

Остановимся подробнее на заданиях второй части, на 22 задании. Данное задание представлено в ОГЭ-2018 как «текстовая задача», при этом она может содержать практико-ориентированные задачи следующих типов:

* Задачи на проценты, сплавы и смеси;
* Движение по прямой (все виды задач на движение);
* Движение по воде;
* Задачи на совместную работу.

Рассмотрим пример решения этих практико-ориентированных задач методом математического моделирования.

**Задачи на проценты, сплавы и смеси**

Чтобы решить задачу, надо найти план её решения. Поиск плана решения составляет центральную часть всего процесса решения. Найдя план, его осуществление уже не составляет особого труда.

*Рассмотрим основные этапы решения задач на смеси и сплавы*:

1. Выбор неизвестной (или неизвестных). В качестве неизвестных величин выбирают те, которые требуется найти. Но иногда целесообразно обозначать неизвестными некоторые промежуточные величины, через которые легко выражаются искомые.

2. Выбор чистого вещества. Из веществ, фигурирующих в условии задачи, выбирается одно в качестве чистого вещества. Выбирают вещество, о котором идет речь в требовании задачи, или вещество, о доле которого в условии содержится больше всего информации. При этом, если $β-$доля чистого вещества, то $\left(1-β\right)$***-*** доля примеси.

3. Переход к долям. Если в задаче имеются процентные содержания. Их следует перевести в доли и в дальнейшем работать только с долями.

4. Отслеживание состояния смеси (сплава). На каждом этапе изменения смеси (добавление, изъятие) необходимо описывать состояние смеси с помощью трех основных величин $m,M,β.$

5. Составление уравнения. В результате преобразований смеси, мы приходим к ее итоговому состоянию.

Оно характеризуется величинами $m,M,β,$ содержащими неизвестные. Уравнением, связывающим эти неизвестные, будет уравнение:

$$m=β∙M.$$

В ходе осуществления этих этапов строим таблицу.

**Табл.8**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Состояние смеси | Доля,(***β )*** | Общее кол-во смеси , (***M)*** | Кол-во чистого вещества, (***m)*** |
| 1 …...2.... |  |  |  |
| Итоговое |  |  |  |

6.Решение уравнения (или их системы) и нахождение требуемых величин.

7. Формирование ответа. Если в задаче требовалось найти то или иное процентное содержание, то следует полученные доли перевести в процентные содержания.

***Трудности при решении этих задач могут возникнуть на различных этапах:***

* **составления математической модели (уравнения, системы уравнений, неравенства)**
* **решения полученной модели;**
* **анализа математической модели (по причине кажущейся ее неполноты: не хватает уравнений в системе или слишком много неизвестных и пр.)**

*Рекомендуемые способы решения текстовых задач на смеси и сплавы:*

1. Решение задач с помощью уравнения.

2. Решение задач с помощью таблицы.

3. Решение с помощью уравнения:

При составлении уравнения прослеживается содержание какого-нибудь одного вещества из тех, которые сплавляются (смешиваются) и т.д.

1. Обозначить неизвестную величину через *х.*
2. Составить уравнение по условию задачи.
3. Решить получившееся уравнение.
4. Перейти к условию задачи (ответить на вопрос).
5. Записать ответ.

*Алгоритм решения задач с помощью таблиц.*

1. Составить таблицу, в которой указываем общую массу и массу «чистого» вещества для каждой смеси или сплава. Неизвестные величины обозначить через переменные  $x,уит.д$.

Чаще всего в качестве неизвестной величины выступает масса, реже — концентрация;

1. Составить уравнения по правилу: при объединении двух смесей/сплавов их массы складываются. Другими словами, масса полученной смеси равна сумме масс исходных смесей. Аналогично, складываются массы «чистых» веществ. Решить получившиеся уравнения.
2. Вернуться к задаче и ответить на поставленный вопрос.
3. Записать ответ.

*Решение задач с помощью модели – схемы.*

В процессе поиска решения задач полезно применить очень удобную модель. Изображаем каждую смесь (сплав) в виде прямоугольника разбитого на фрагменты, количество которых соответствует количеству составляющих эту смесь (этот сплав) элементов.

Необходимо изобразить каждый из сплавов в виде прямоугольника, разбитого на два фрагмента (по числу составляющих элементов). Кроме того, на модели отобразить характер операции – сплавление, поставим знак «+» между первым и вторым прямоугольниками. Поставив знак «=» между вторым и третьим прямоугольниками, тем самым показав, что третий сплав получен в результате сплавления первых двух. Полученная схема имеет следующий вид:

**Схема 3**

Далее заполнить получившиеся прямоугольники в соответствии с условием задачи:

1. Над каждым прямоугольником («маленьким») указываем соответствующие компоненты сплава. При этом обычно бывает достаточно использовать первые буквы их названия (если они различны). Удобно сохранять порядок соответствующих букв.
2. Внутри прямоугольников вписать процентное содержание (или часть) соответствующего компонента. Понятно, что если сплав состоит из двух компонентов, то достаточно указать процентное содержание одного из них. В этом случае процентное содержание второго компонента равно разности 100% и процентного содержания первого.
3. Под прямоугольником записать массу (или объем) соответствующего сплава (или компонента).

*Решение задач при помощи диагональной схемы*

Впервые о нем было упомянуто в первом печатном учебнике математики Леонтия Магницкого.

Ввиду большой простоты предложенный способ применялся купцами и ремесленниками при решении различных практических задач. Но в задачниках и различных руководствах для мастеров и торговцев никаких обоснований и разъяснений не приводилось.

При решении задач на смешивание растворов разных концентраций часто используют диагональные схемы («правило креста» или «метод рыбки»).

На диагональной схеме в точке пересечения двух прямых обозначают концентрацию смеси. У концов этих прямых слева от точки пересечения указывают концентрации составных частей смеси, а справа – разности концентраций смеси и её составных частей.

Рассмотрим несколько способов решения задач на смеси и сплавы.

Рассмотрим решения задач с применением таблицы.

Задача №1*.* Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

**Табл.9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов | % содержание меди (доля содержания вещества) | Масса раствора (смеси, сплава) | Масса вещества |
| Первый сплав | *15%=0,15* | *х г* | *0,15х* |
| Второй раствор | *65%=0,65* | *(200 – х) г* | *0,65*$∙$*(200–х)=130–0,65х* |
| Получившийся раствор | *30%=0,3* | *200 г* | *200\*0,3=60* |

Сумма масс меди в двух первых сплавах (то есть в первых двух строчках) равна массе меди в полученном сплаве (третья строка таблицы):

$$0,15x+130-0,65х=60.$$

Решив это уравнение, получаем *х=140*. При этом значении *х* выражение
200 – *х=60.* Это означает, что первого сплава надо взять*140г*, а второго *60г*.

*Ответ:140г. 60г.*

**II.** Рассмотрим решение этой же задачи с помощью следующей модели.

Рассматриваемый в задаче процесс можно представить в виде следующей модели- схемы:

**Схема 4**

медь

медь

медь

200г

65%

**=**

**+**

30%

15%

*Решение.*

Пусть ***х*** *г* – масса первого сплава. Тогда, (200-***х***) г – масса второго сплава. Дополним последнюю схему этими выражениями. Получим следующую схему:

**Схема 5**

медь

медь

медь

15%

65%

30%

х г

(200-х) г

200 г

**+**

**=**

Сумма масс меди в двух первых сплавах (то есть слева от знака равенства) равна массе меди в полученном третьем сплаве (справа от знака равенства):

$$0,15x+0,65⋅\left(200-x\right)=0,3⋅200.$$

Решив это уравнение, получаем: *х=140*. При этом значении *х* выражение 200-*х=60.* Это означает, что первого сплава надо взять140г, а второго-60г.

*Ответ:140г. 60г.*

**Задачи на движение**

Задачи на движение включает три величины: скорость $-V$, время$-t$, расстояние $-S$, которые связаны пропорциональной зависимостью $S=V∙t$. Рассматривая классификацию задач на движение, необходимо отметить следующее: различают простые и составные задачи на движение. Составные задачи на движение подразделяют на:

задачи на движение в одном направлении;

задачи на сближение объектов;

задачи на удаление объектов;

задачи на движение по реке.

Кроме того, некоторые задачи на движение могут рассматриваться как:

задачи на нахождение четвертого пропорционального;

задачи на нахождение неизвестного по двум разностям;  задачи на пропорциональное деление.

Существует несколько способов решения задач на движение.

* Геометрический метод;

Л.С. Лунина предлагает очень четкую структуру графического метода решения задач. Она пишет: «Мы под геометрическим методом решения алгебраических задач будем понимать метод решения, заключающийся в использовании геометрических представлений (изображений), законов геометрии и элементов аналитических методов (уравнений, арифметических выражений и др.). Геометрическое представление условия текстовой задачи будем называть геометрической моделью задачи».

* Алгебраический метод;

Чтобы решить задачу алгебраическим методом, необходимо соотношения в условии задачи между величинами перевести на математический язык. Приводим примерную таблицу решения задачи алгебраическим способом.

|  |  |
| --- | --- |
| № действия | Что надо сделать |
| 1 | Выбрать одну из неизвестных величин, по условию задачи, и обозначить ее буквой $x.$ Обычно через $x$ обозначают ту величину, которую надо найти (искомая величина). Случается, что удобнее обозначить через $x$другую неизвестную величину, связанную с искомой). |
| 2 | Остальные неизвестные величины, содержащиеся в условие задачи, выражают через $x$. (При этом необходимо строго следить за тем, чтобы все однородные величины были приведены (или привести к одной единице измерения) в единицах одного наименования) |
| 3 | Составить уравнение на основании данных условия задачи в зависимости между величинами. |
| 4 | Решить составленное уравнение |
| 5 | Проверить, удовлетворяет ли найденный корень условию задачи. |
| 6 | Записать ответ |

Краткая запись всех задач оформляется в таблице. Два столбика заполняем по условию задачи, а третий по первым двум. Этот столбик даёт уравнение. Далее определяем, к какому типу относится задача: на сравнение или на сложение величин, если это необходимо.

Рассмотрим каждый вид задач на движение:

задача на движение в одном направлении:

Задача №1. Из Москвы до Нальчика вылетели одновременно по одному и тому же маршруту два самолета. Один со скоростью 1200 км/ч, а другой 800 км/ч. На сколько километров первый самолет обгонит второй за 4 ч?

**Табл.10**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние, $S\left(км\right)$ |
| I самолет | 1200 | 4 | ? |
|  |  |  | $$x$$ |
| II самолет | 800 | 4 | ? |

Основная зависимость величин в задач на движение следующая:

$S=V∙t$.

Пусть $x-$ разница в расстоянии (км), на сколько один самолет обгоняет второй. Тогда, из таблицы, можно найти, сколько км пролетел каждый самолет:

$S\_{1}=V\_{1}∙t\_{1}$*,* значит, $S\_{1}=1200∙4$,

$S\_{2}=V\_{2}∙t\_{2}$*,* значит, $S\_{2}=800∙4$,

Тогда, расстояние, на которое первый самолет обгонит второй, можно найти следующим образом:

$S=S\_{1}-S\_{2}$, значит $S=1200∙4-800∙4=4∙\left(1200-800\right)=1600км.$

Ответ. 1600 км

Задачи на сближение объектов

Задача №2. По направлению к Ростову-на-Дону одновременно отправились два состава, один из Москвы, другой из Курска. Московский поезд двигался 70 км/ч, а курский 52 км/ч. Через какое временя московский поезд догонит курский, если расстояние между этими городами 526 км?

**Табл.11**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние, $S\left(км\right)$ |
| Московский поезд | 81 | ? | ? |
|  |  | $$x$$ | $$526$$ |
| Курский поезд | 65 | ? | ? |

Пусть $x-$это время, через которое московский поезд догонит курский.

Так движение идет «вдогонку», то скорость сближения можно найти по следующей формуле:$V=V\_{2}-V\_{1}$, где $V\_{2}-этоскоростькурскогопоезда,V\_{1}-скоростьмосковскогопоезда,$тогда, $V=81-65=16\left(\frac{км}{ч}\right)$.

Найдем теперь время по формуле: $t=\frac{S}{V}$, $t=\frac{526}{16}=32,875\left(ч\right).$

Ответ.32,875 ч.

Задачи на удаление объектов

Задача №3. Два мальчика вышли в одно время из школы в противоположных направлениях. Скорость одного 3 км/ч, скорость второго 4 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут мальчики через 3 часа?

**Табл.12**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние, $S\left(км\right)$ |
| I мальчик | 3 | ? | ? |
|  |  | $$3$$ | $$x$$ |
| II мальчик | 4 | ? | ? |

Пусть $x-расстояниемеждумальчикамичерез3часа.$

Так как задача на удаление объектов, то по формуле: $V\_{уд}=V\_{2}+V\_{1,}тоесть,V\_{уд}=4+3=7\left(км\right)$.

По формуле $S=V∙t$, найдем $S=7∙3=21\left(км\right).$

Ответ. 21 км.

Задачи на движение по реке

Задача №4**.** Катер прошёл от одной лодочной станции до другой, расстояние между которыми по реке равно 40 км, сделал стоянку на 30 мин и вернулся обратно через 3 часа после выезда. Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость катера в стоячей воде равна 50 км/ч

**Табл.13**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние, $S\left(км\right)$ |
| По течению | $$30+x$$ | ? | 39 |
|  |  | 1,5 |  |
| Против течения | $$30-x$$ | ? | 39 |

Пусть $V-$скорость течения реки, $V\_{к}-скоростькатера,тогдаскоростькатерапотечениюбудет:V\_{потеч}=V\_{k}+x$, а скорость катера против течения будет:$V\_{противтеч}=V\_{k}-x$.

Определимся со временем, всего на движение катер потратил: $t=2-0,5=1,5\left(ч\right)$ .

Найдем время движения по течению: $t\_{потеч}=\frac{S}{V\_{потеч}}=\frac{39}{30+x}$, и время, против течения:$t\_{противтеч}=\frac{S}{V\_{противтеч}}=\frac{39}{30-x}$.

Составим уравнение: $\frac{39}{30-x}+\frac{39}{30+x}=1,5$. Решая это уравнение, получим, что $V\_{теч}=$5 км/ч.

Ответ. 5 км/ч.

**Задачи на совместную работу**

Задачи на совместную работу очень похожи на задачи на движение. Основная формула здесь выглядит так:

$$Р=\frac{А}{t}$$

$$ГдеР-производительность,А–работа,аt–время.$$

Производительность – это объем работы, выполняемый за единицу времени (например, за час или за день). Как и в задачах на движение, нам нужно уметь выражать все эти три величины друг через друга:

**Табл.14**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Производительность,$Р$ | Время, $t$ | Работа$,А$ |
| $$P=\frac{A}{t}$$ | $$t=\frac{A}{P}$$ | $$А=Р∙t$$ |

Задача №1.Заказ на 112 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа дольше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на одну деталь больше, чем первый?

**Табл.15**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Производительность,Р (дет/ч) | Время,$$t\left(ч\right)$$ | Работа,$$А\left(дет\right)$$ |
| I рабочий | $$x$$ | ? | 112 |
|  |  | $$2$$ | $$x$$ |
| IIрабочий | $$x+1$$ | ? | 112 |

Пусть производительность первого равна $x$(ее нам и нужно найти). Тогда второго - $\left(x+1\right)$. Если первый сделал заказ за время $t$ тогда второй – за время $t-2$. Работа равна 112 деталей. Все данные занесем в таблицу.

Составим уравнение:$\frac{112}{x}-\frac{112}{x+1}=2$. В процессе решения данного уравнения получим, $x=7\left({дет}/{ч}\right)$.

Ответ. 7 дет/ч

Задача №2**.** Первая труба заполняет бассейн за 6 часов, а вторая – за 4 часа. За какое время они заполнят бассейн, работая вместе?

**Табл.16**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Производительность,Р (л/ч) | Время,$$t\left(ч\right)$$ | Работа ,$$А\left(л\right)$$ |
| I труба | $$x$$ | 6 | 1 |
|  |  | $$x$$ |  |
| II труба | $$x+1$$ | 4 | 1 |

Пусть $x-$время, за которое обе трубы заполнят бассейн.

Так как в данной задаче нам неизвестно, какой именно объем бассейна, значит, обозначим работу за 1.

$$А=1$$

Тогда производительность первой трубы можно найти по формуле:$Р\_{1}=\frac{А}{t\_{1}}$, значит, $Р\_{1}=\frac{1}{6}$; а производительность второй :$Р\_{2}=\frac{А}{t\_{2}}$, значит, $Р\_{2}=\frac{1}{4}$.

Найдем, теперь, общую производительность: $Р=Р\_{1}+Р\_{2}т.е.Р=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3+2}{12}=\frac{5}{12}$.

Для того, чтобы найти общее время, за которое обе трубы наполнят бассейн, нужно воспользоваться формулой: $t=\frac{A}{P}$, следовательно, $t=\frac{1}{\frac{5}{12}}=\frac{12}{5}=2,4ч$.

Ответ. 2,4 ч.

В этом пункте нами были рассмотрены различные типы практико-ориентированных задач, а также подробно описано решение, используя метод математического моделирования.

* 1. **Разработка элективного курса по решению практико-ориентированных математических задач**

Мы провели анкетирование учащихся МБОУ Кичкинской СОШ, и учителей Заветинского района по математике для того, чтобы выяснить:

* необходимо ли обучение практико-ориентированным задачам в средней школе?
* востребованы ли задачи такого типа в ОГЭ и ЕГЭ?
* каковы возможности организации самостоятельной работы учащихся?
* целесообразна ли, в связи с полученными результатами, разработка элективного курса для учащихся 9-11 классов, в котором рассматриваются метод математического моделирование как способ обучения решению практико-ориентированным задачам?

Всего было опрошено 28 учителей и 22 учащихся. Проанализировав анкеты учащихся, мы получили следующее.

Большинство учащихся оценили свой уровень знаний как недостаточный и абсолютно недостаточный, (Приложение №6. Рис.10), они признались в наличии затруднений при решении практико-ориентированных задач, в основном тех, которые присутствуют в материалах выпускных экзаменов по математике в форме ОГЭ и ЕГЭ второй части. (Приложение 6. Рис №11)

С типами практико-ориентированных задач, с которыми они могут справиться, распределение следующее: 76% учащихся считают, что они с легкостью справляются с задачами на проценты, чуть меньше (69%) вполне справляются с задачами на движение, и самыми «сложными» 21% учащихся считает задачи на смеси и сплавы, чуть больший процент (26.%) у задач по стохастике. (Приложение 6. Рис.12).

Преобладающее большинство изъявило желание изучать дополнительно практико-ориентированные задачи. (Приложение №6. Рис.13)

Т.е. можно сделать вывод, что учащиеся испытывают трудности при решении практико-ориентированных задач в школе и хотят более детально изучить способы их решения.

Проанализировав анкеты учителей, мы получили следующее.

Учителя математики, также, указали необходимость обучения решению практико-ориентированным задачам. (Приложение №6.Рис.14) и при этом уровень их освещенности в учебниках по математике указали как недостаточный. (Приложение №6. Рис.15).

При этом основными источниками знаний являлись дополнительные занятия и репетиторство. (Приложение №6. Рис.16).

Т.е. можно сделать вывод, что учителя могут научить решению практико-ориентированных задач, но урока для этого недостаточно.

Учителя склонны уменьшать степень самостоятельной работы учащихся при обучении решению практико-ориентированных задач. (Приложение №6.Рис.17). И 100 % респондентов считают целесообразным расширенное знаний учащихся по теме «Практико-ориентированные задачи».

Несмотря на то, что учителя не оценивают высоко потенциал самостоятельной работы учащихся для изучения линии уравнений и неравенств, мы в магистерской диссертации разработали элективный курс, рассчитанный примерно на 105 часов, посвященным различным практико-ориентированным задачам (программа элективного курса представлена в Приложении №4).

**Выводы по второй части**

Раскроем, какие задачи и каким образом были решены нами во второй части.

Для решения третьей задачи нами:

* Изложена суть метода математического моделирования как способа обучения решению практико-ориентированных задач. В ходе опытного преподавания выяснилось, что изучение метода математического моделирования непосредственно влияет на успешное решение практико-ориентированных задач. Систематизирует знания учащихся благодаря своей универсальности. Моделирование, как способ обучения способствует усилению практической направленности процесса обучения, развитию умственных способностей учащихся.
* Включение моделирования в содержание уроков математики необходимо для овладения моделированием как методом научного познания и решения практико-ориентированных задач;

Для решения четвертой задачи нами:

* Проанализировано учебно-методическое обеспечение курса математики c целью определения в нем места практико-ориентированных задач и степени дидактического обеспечения процесса обучения их решению. Исследовав учебно-методические комплексы по математике, используемые в МБОУ Кичкинской СОШ,, можно сделать следующие выводы:
1. Большое внимание методу моделирования уделяется в основном в УМК Е.А.Бунимовича, в остальных учебниках эта тема не изучается вообще или рассматривается обзорно.
2. Учебники данных авторов содержат большое количество задач, характерных для метода моделирования, а именно: задачи, непосредственно реализующие этапы процесса математического моделирования; задачи, в которых требуется выполнить действия, характерные для этапов моделирования.

Для решения пятой задачи нами:

* Разработан элективный курс «Практико-ориентированные задачи» для учащихся средней школы, так как в ходе опытно-экспериментальной работы выяснилось необходимость введения курса данной направленности в средней школе.
* Проведена опытно-экспериментальная работа по исследованию проблемы использования математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач, проанализированы полученные результаты. Для этого нами осуществлено:
	+ Анкетирование учащихся МБОУ Кичкинской СОШ по исследуемой проблеме;
	+ Анкетирование учителей математики Заветинского района по исследуемой проблеме;
	+ Проведено внедрение в образовательный процесс элективного курса «Практико-ориентированные задачи» на дополнительных занятиях;

Для решения шестой задачи нами:

* Был проведен анализ опытно-экспериментальной работы, проводимой в МБОУ Кичкинской СОШ в девятых-одиннадцатых классах, показал необходимость введения в общеобразовательный процесс элективного курса по практико-ориентированным задачам, так как современное общество «диктует» практическую направленность обучения, что подтверждается большим наличием практико-ориентированных задач в обязательных экзаменационных материалах.
* В результате проведенной опытно-экспериментальной работы была отмечена положительная динамика по умениям учащихся решать практико-ориентированные задачи.

**Заключение**

Подводя итог проделанной работе, отметим следующее.

Для адаптации человека в обществе и полноценного функционирования в нем необходим высокий уровень общего развития человека.

Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Изучение математики формирует определенный стиль мышления, логику, развивает воображение.

Одной из основных целей обучения математике является развитие мышления учащихся. Обучение математике имеет для этого большие возможности, обусловленные особенностями самого предмета изучения основ математической науки.

Важную роль в организации учебно-воспитательного процесса играют задачи, в частности, практико-ориентированные. В обучении математике они являются и целью, и средством обучения учащихся. В ходе решения практико-ориентированных задач развиваются творческая и прикладная стороны мышления. В то же время при организации учебного процесса необходимо использовать то ценное, что накоплено в психологии и педагогике по вопросам развития мышления человека.

Практико-ориентированные задачи играют важную роль в процессе обучения математике в школе. Они позволяют проверить не только владение определенными математическими операциями, но и умение анализировать, рассуждать, делать выводы, проверять правильность полученного результата, применять знания в нестандартной ситуации, т.е. развивают логику мышления.

В ходе теоретического и экспериментального исследования получены следующие результаты:

1. рассмотрены основные вопросы, и выявлены проблемы обучения элементам математического моделирования;
2. рассмотрены понятия «математическая модель» и «математическое моделирование», выделены основные идеи и этапы метода математического моделирования;
3. рассмотрены понятия «задача», «сюжетная задача», «практико-ориентированная задача», их классификация, роль и место в обучении;
4. перечислены все типы практико-ориентированных задач, рассмотрен способ математического моделирования, как основной способ решения такого рода задач;
5. проанализированы учебники по математике, используемые в МБОУ Кичкинской СОШ, с точки зрения наличия элементов математического моделирования и сделаны соответствующие выводы;
6. в процессе опытного преподавания, согласно рассмотренным методикам, был разработан и внедрен в процесс обучение, в качестве дополнительных занятий, элективный курс «Практико-ориентированные задачи», на уроках математики использовался метод математического моделирования для обучения учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач, и контрольная работа, с включенными в нее элементами математического моделирования.

Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. при решении практико-ориентированных задач посредством математического моделирования школьники учатся абстрагированию, анализу, синтезу, сравнению, аналогии, обобщению, переводу жизненных проблемных ситуаций в абстрактные модели и наоборот. Использование математического моделирования, как способа обучения поисковой деятельности, обобщенным подходам, приемам в решении задач способствует усилению творческой направленности процесса обучения, развитию умственных способностей учащихся, то есть математическое моделирование является средством совершенствования процесса обучения математике, которое позволяет активизировать познавательную деятельность учащихся и развивать их мышление;
2. включение математического моделирования в содержание уроков математики необходимо для ознакомления учащихся с современной научной трактовкой понятий модели и моделирования, овладения математическим моделированием как методом научного познания и решения практико-ориентированных задач;
3. следует включить изучение элементов математического моделирования в содержание уроков не только в 9 – 11 классах, а на ранних этапах обучения, то есть уже в 5 – 6 классах или еще раньше (в начальной школе). Это обосновано тем, что у учащихся создаются предпосылки для более осознанного изучения математики, формирования диалектико-материалистического стиля мышления и повышения интереса к самой науке математике.

Экспериментальная проверка разработанных рекомендаций была осуществлена в ходе прохождения практики в МБОУ Кичкинской СОШ села Кичкино Заветинского района. Уроки проводились в соответствии с тематическим планированием. Для оценки эффективности использования методических разработок была выбрана экспериментальная группа, с ней проведена контрольная работа. Результаты сравнивались с результатами аналогичной группы контрольной группы, которая обучалась по стандартной схеме.

В связи со всем вышесказанным, можно с уверенностью сделать вывод, что в результате проведенного педагогического исследования по внедрению элективного курса по решению практико-ориентированных задач, успеваемость постепенно стала повышаться. Постепенность связана с тем, что данный курс рассчитан на большее количество часов (из рассчитанных 105,проведено только 17), но положительная динамика уже прослеживается. Таким образом, считаем, что наша гипотеза подтверждена, цели исследования достигнуты.

**Литература:**

1. Арнольд В. И. Математика и математическое образование в современном мире.// Открытая политика. - 1997. - № 11. - С. 109.
2. Азаров, А.И. Текстовые задачи: пособие для учащихся / А.И. Азаров, С.А. Барвенов, В.С. Федосенко. – Минcк: ТетраСистемс, 2002.
3. Аргунова Л. Г. Применение практико-ориентированных задач при обучении математике. [Электронный ресурс] //URL: http://rudocs.exdat.com/docs/index-100680.html.
4. Балл, Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» / Г.А. Балл // Вопросы психологии. - 1970. - №5. - С. 81-87.
5. Бунимович Е.А., Кузнецова Л.В. [и др.]; Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования. – М.: Просвещение, 2010.
6. Бунимович Е.А., Кузнецова Л.В. [и др.]; Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова [и др.]; Рос. акад. наук, Рос. акад. образования. – М.: Просвещение, 2010.
7. Бурмистрова Т.А. Программы ОУ Математика 5-6. – М.: Просвещение, 2014.
8. Веников, В.А. Теория подобия и моделирования / В. А. Веников. – М.: Высшая школа, 1986.
9. Вечтомов, Е. М. Математика: основные математические структуры : учеб. пособие для СПО / Е. М. Вечтомов. – 2-е изд. – М.: Юрайт, 2018.
10. Виноградова В. А. Сборник практико-ориентированных задач для 5-8 классов по математике. [Электронный ресурс] //URL:<https://pedportal.net/starshie-klassy/algebra/sbornik-praktiko-orientirovannyh-zadach-po-matematike-dlya-5-8-klassov-814369>.
11. Голуб А.И. Практико-ориентированный подход в обучении математики. [Электронный ресурс] //URL: https://videouroki.net/razrabotki/praktiko-oriientirovannyi-podkhod-v-obuchienii-matiematiki.html.
12. Гороховцева Л.А.. Математика в средней школе. // Теория и практика высш. проф. обр.- 2003.- № 9.- С. 14-21.
13. Гороховцева, Л.А. Процесс решения текстовой задачи при изучении математики в средней школе. // Теория и практика высш. проф. обр.- 2003.- № 9.- С. 14-21.
14. Гультяева Н. В. Практико-ориентированные задачи на уроках математики в условиях реализации ФГОС. [Электронный ресурс] //URL: <https://infourok.ru/statya-na-temu-praktikoorientirovannie-zadachi-na-urokah-matematiki-v-usloviyah-realizacii-fgos-2943546.html>.
15. Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений: Пособие для учителей. – Омск: ОИУУ, 1991.
16. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико ориентированному обучению математике в школе. Монография. – М.: МПГУ, 2014.
17. Забелина С. Б., Пинчук И. А. Учебные прикладные задачи в методической подготовке учителя математики. [Электронный ресурс] //URL: https://www.vestnik-mgou.ru/Articles/Doc/10617.
18. Зайцев, Г.Т. Теоретические основы обучения решению задач в начальных классах: учеб.пособие. – Л.: Б.и., 1983.
19. Зеленина Н. А., Крутихина М. В. Прикладные и учебно-прикладные задачи в обучении математике в классах химико-биологического профиля. [Электронный ресурс] //URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=17739973.
20. Зиновьев А.А., Ревзин И.И. Логическая модель, как средство научного исследования. // Вопросы философии. - 1960. - №1.- С.82-90
21. Иванова Т.А. Современный урок математики: теория, технология, практика: Книга для учителя. – Н.Новгород: НГПУ, 2010.
22. Иванова Т.А., Перевощикова Е.Н., Григорьева Т.П., Кузнецова Л.И. Теоретические основы обучения математике в средней школе. – Н.Новгород: НГПУ, 2003.
23. Канин, Е. С. Учебные математические задачи/ Е.С. Канин. – Киров: ВятГГУ, 2004.
24. Капкаева Л.С. Интеграция алгебраического и геометрического методов при обучении математики в школе / Учебное пособие для студ. мат. спец. пед. вузов. – Саранск: Мордов. гос. пед. ин-т им. М. Е. Евсевьева, 2003.
25. Левитес, Д.Г. Автодидактика. Теория и практика конструирования собственных технологий обучения / Д.Г. Левитес. – М.: Московский психолого-социальный институт, **2017.**
26. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2014.
27. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2014.
28. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2014.
29. Маркова В. Формирование мышления учащихся//Математика. - 2004. - №34. – С. 2-4
30. Мышкис, А. Д. О прикладной направленности школьного курса элементов математического анализа.// Математика в школе. - 1990. - № 6. - С. 7-11.
31. Нахман А. Д. Основные аспекты обучения математическому моделированию в системе «школа-вуз». [Электронный ресурс] // URL: <http://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=1533>.
32. Обойщикова, И. Г. Обучение моделированию учащихся 5 – 6 классов при изучении математики: автореферат дис. … канд. пед. наук. – Саранск, 2002.
33. Печёнкина Е.Н. Практико-ориентированные задачи на уроках математики в основной школе. [Электронный ресурс] //URL:http://rudocs.exdat.com/docs/ articles/501094.
34. Полякова С.Ю. Обучение математическому моделированию общественных процессов как средство гуманитаризации математического образования: дис…канд. пед. наук. – Омск, 1999.
35. Савинцева Н.В. О текстовых задачах в современном курсе математики 5-6 класса./ Сборник научных трудов математического факультета МГПУ. – М.: МГПУ, 2005.
36. Саранцев, Г.И. Общая методика преподавания математики [Текст]: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и университетов / Г.И. Саранцев. - Саранск: Тип. «Крас. Окт.», 1999. - 208 с.
37. Севрюков П.Ф. Задачи на движение: простые и не очень. // Математика в школе. - 2008. - №10. - С. 15-18.
38. Стойлова, Л.П. Математика: учеб. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений. - 2-е изд., испр. – М.: Академия, 1997.
39. Тихонов Н.Л. Задачи прикладного характера и их роль в формировании и развитии интереса к профессии у школьников при изучении математики в 6-8классах общеобразовательной школы. – М.: МГПИ, 1980.
40. Уемов А. И. Логические основы метода моделирования. – М.: Просвещение, 1996.
41. Фридман Л.М Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. – М.: Школьная пресса, 2002.
42. Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении – М.: Знание, 1984. № 6.
43. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. как научиться решать задачи. – М.: Просвещение, 1989, 192 с.
44. Фридман, Л. М. Наглядность и моделирование в обучении. – М.: Знание, 1984.
45. Царева С.Е. Обучение решению текстовых задач, ориентированное на формирование учебной деятельности младших школьников. – Новосибирск: НГПУ, 1998.
46. Целищева, И. Моделирование в текстовых задачах. // Математика. - 2002. - №33. - С.34.
47. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. под редакцией физико-математической литературы. Справочное пособие по методам решения задач по математике для средней школы. – Минск: Народна асвета, 1970.
48. Черкасов Р.С., Столяр А.А.. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика.– М.: Просвещение, 1985.
49. Чикунова О.И., Бобровская А.В. Обучение методу математического моделирования при решении задач с практическим содержанием// Международный журнал экспериментального образования. - 2016. - № 4-1. - С. 131-135.
50. Юрочкина Е.П. Практико-ориентированный подход в обучении математике. [Электронный ресурс] //URL:   <https://edudocs.info/praktiko--orientirovannyy-podhod-v-obuchenii-matematike.html>.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**

**Опросный лист для учителей математики**

Уважаемый коллега!

*Просим Вас принять участие в исследовании, в ходе которого изучается использование метода математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач. Научная ценность исследования будет зависеть от того, насколько откровенно и обстоятельно Вы ответите на наши вопросы. Поэтому просим Вас отнестись к заполнению опросного листа серьезно и доброжелательно.*

Просим Вас выбрать один из вариантов ответа, наиболее соответствующий Вашему мнению, отметить его знаком «+» или подчеркнуть.

1. Ваш педагогический стаж:
	1. Менее 10 лет;
	2. От 10 до 20 лет;
	3. Более 20 лет.
2. Уровень вашей профессиональной подготовки:
	1. Специалитет
	2. Бакалавриат
	3. Среднее профессиональное образование
	4. Другое\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
3. В какой школе Вы работаете?
	1. Городской;
	2. Сельской;
	3. Поселковой.
4. Какие из учебников федерального комплекта вы используете? (напишите название, класс и автора(ов))

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**5**. Присутствуют ли в учебниках указанных авторов практико-ориентированные задачи?

1. Присутствуют в большом количестве
2. присутствуют
3. Затрудняюсь ответить
4. присутствуют в малой степени
5. Не присутствуют
6. Уделяете ли Вы внимание использованию метода математического моделирования при решении практико-ориентированных задач на уроках математики?
7. Постоянно уделяю
8. Уделяю от случая к случаю
9. Затрудняюсь ответить
10. Уделяю, но очень редко
11. Не уделяю
12. Выскажите свое мнение, как использование практико-ориентированных задач в обучении математике может повлиять на уровень обученности учащихся?
13. Существенно повысит
14. Повысит
15. Затрудняюсь ответить
16. Понизит
17. Существенно понизит
18. Способствует ли использование метода математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач повышению интереса к изучению математического моделирования?
19. Существенно повысит
20. Повысит
21. Затрудняюсь ответить
22. Понизит
23. Существенно понизит
24. Если вы не используете метод математического моделирования в обучении решению практико-ориентированных задач на уроках математики, то в чем причины этого (можно указать несколько причин):
25. Программы по математике не включают требования использования метода математического моделирования в обучении решению практико-ориентированных задач
26. Учебники по математике не ориентируют на это
27. Отсутствует эффективная методика обучения учащихся на основе метода математического моделирования в обучении решению практико-ориентированных задач
28. Не хватает учебного времени
29. Не считаю нужным использовать метод математического моделирования в обучении решению практико-ориентированных задач при проведении уроков математики
30. Другое\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
31. Есть ли необходимость разработки методики математического моделирования в обучении учащихся средней школы решению практико-ориентированных задач
32. Необходимо в большой степени
33. Необходимо
34. Затрудняюсь ответить
35. Необходимо в слабой степени
36. Нет необходимости

***Благодарим Вас за оказанную помощь!***

**ПРИЛОЖЕНИЕ 2**

**Опросный лист для учеников**

*Мы изучаем отношение обучаемых к использованию метода математического моделирования в решении практико-ориентированных задач (задачи с практическим содержанием, представляющие собой реальные жизненные ситуации.) в процессе обучения математике. Просим Вас ответить на несколько вопросов. Ваше мнение важно для нас.*

Просим Вас выбрать один из вариантов ответа, наиболее соответствующий Вашему мнению, отметить его знаком «+» или подчеркнуть.

1. Укажите Ваш класс:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2. Напишите фамилию автора Вашего учебника по математике:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Часто ли Вам приходилось сталкиваться на уроках математики с задачами практического содержания, представляющими собой реальные жизненные ситуации?
2. очень часто;
3. часто;
4. не могу сказать;
5. иногда;
6. редко.
7. Как часто ваш учитель на уроках математики использует практико-ориентированные задачи при изучении нового материала?
8. использует в большом количестве;
9. использует;
10. не могу сказать;
11. использует в малой степени;
12. не использует.
13. Как часто ваш учитель на уроках математики часто использует практико-ориентированные задачи при закреплении изученного материала и решении практических заданий?
14. использует в большом количестве;
15. использует;
16. не могу сказать;
17. использует в малой степени;
18. не использует.
19. Ваш учитель математики проводил нестандартные уроки-практикумы, на которых решались практико-ориентированные задачи? Если да, то укажите, какая тематика задач изучалась на таком уроке
20. да;

­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­­\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. нет.
2. На ваш взгляд, как часто авторы учебников математики используют практико-ориентированные задачи?
3. использует в большом количестве;
4. использует;
5. не могу сказать;
6. использует в малой степени;
7. не использует.
8. Выберите те виды практико-ориентированных задач математики, которые вызывают наибольший интерес (можно отметить несколько):
* Анализ диаграмм, таблиц, графиков;
* Вычисление величин по графику или диаграмме;
* Определение величины по графику;
* Простейшие текстовые задачи (пропорции, проценты);
* Практические задачи по геометрии (вычисление длин, площадей, теорема Пифагора, углы и т.д.)
* Статистика, вероятности;
* Расчеты по формулам.

другое \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Как Вы считаете, полезно ли для вас изучать практико-ориентированные задачи на уроках математики?
2. Да
3. Скорее да, чем нет
4. Не могу сказать
5. Скорее нет, чем да
6. Нет
7. Как вы считаете, пригодятся ли Вам в жизни навыки решения практико-ориентированных задач?
8. Часто пригодятся;
9. Пригодятся;
10. не могу сказать;
11. Редко пригодятся;
12. Не пригодятся.

***Спасибо за участие!***

**ПРИЛОЖЕНИЕ 3**

**Конспект урока по практико-ориентированным задачам**

**Предмет** – Алгебра (Урок из Элективного курса)

**Аудитория** – 9-11

**Тема** – «Решение практико-ориентированных задач. Задачи на движение»

**Учебно-методическое обеспечение**: Задачи на движение:

* [http://www.fipi.ru](http://www.fipi.ru/)
* [https://oge.sdamgia.ru](https://oge.sdamgia.ru/)
* [https://ege.sdamgia.ru](https://ege.sdamgia.ru/)

**Тема**: Решение практико-ориентированных задач: Задачи на движение.

**Цель занятия:**

* научить распознавать типы задач на движение;
* систематизировать и обобщить теоретические знания по теме «Задачи на движение».
* разобрать различные методы математического моделирования для решения задач на движение.

**Ход урока:**

1.**Организационный момент**. Сообщение темы и целей урока.

**2.Активизация знаний:**

Практико-ориентированные задачи, в частности, на движение, в математике играют немаловажную роль.

При решении задач на движение учащиеся приобретают новые математические знания, умения и навыки, учатся «видеть» связь решения задач с реальной действительностью. Все практико-ориентированные задачи появились в результате их появление в различных жизненных ситуациях

Любая задача на движение состоит из двух частей: условия и того, что требуется найти. Из условия можно «увидеть» сведения об объектах и некоторых величинах, характеристики этих объектов, данные, которые дают представление об известных и неизвестных значениях этих величин, об отношениях между ними. То, что требуется найти – это и есть требование задачи. Данное требование может быть выражено как предложением, так и вопросом. В настоящее время можно найти большое количество задач на движение, и, сегодня мы разберем типы задач на движение и различные способы их решения.

Для того, чтобы решить задачу, нужно выделить три этапа решения:

* моделирование ситуации, описанной в условии задачи;
* составление и решение уравнения;
* составление ответа.

Перед решением задач необходимо вспомнить величины, которые используются при решении задач такого типа. Запишем эти величины в виде таблицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Наименование величины* | Скорость | Время | Расстояние |
| *Обозначение* | $V$*или* $V\_{1},V\_{2},…,V\_{k}$ | $t$*или* $t\_{1},t,…,t\_{k}$ | $S$или $S\_{1},S\_{2},…,S\_{k}$ |
| *Взаимосвязь величин* | $$V=\frac{S}{t}$$ | $$t=\frac{S}{V}$$ | $$S=V∙t$$ |
| *Единицы измерения* | $$\frac{км}{ч},\frac{м}{с},....$$ | $$ч,с,...$$ | $$км,м,…$$ |

Существует несколько видов задач на движение, и у каждого вида есть свои особенности в формулах зависимостей, но основная зависимость сохраняется и представлена таблицей, которая рассмотрена нами выше. Вспомним виды задач на движение и рассмотрим изменения в основных формулах их зависимостей:

* движение в одном/разных направлениях;

|  |  |
| --- | --- |
| Общая скорость | $$V\_{1}+V\_{2}$$ |

Где $V\_{k}$- скорости объектов

* движение «вдогонку»;

|  |  |
| --- | --- |
| Общая скорость | $$V\_{1}-V\_{2}$$ |

Где $V\_{k}$- скорости объектов

* движение по реке.

|  |  |
| --- | --- |
| Собственная скорость объекта | $$V\_{соб}=\frac{\left(V\_{потеч}+V\_{пр.теч}\right)}{2}$$ |
| Скорость течения | $$V\_{теч}=\frac{\left(V\_{потеч}-V\_{пр.теч}\right)}{2}$$ |
| Скорость объекта по течению | $$V\_{потеч}=V\_{cоб}+V\_{теч}$$ |
| Скорость объекта против течения | $$V\_{пр.теч}=V\_{cоб}-V\_{теч}$$ |

Где $V\_{соб}$- скорость объекта, $V\_{теч}$- скорость течения реки, $V\_{потеч}$- скорость объекта по течению реки, $V\_{пр.теч}$- скорость объекта против течения реки.

3.**Закрепление материала**

Рассмотрим первый вид задач и способ его решения.

Задача 1. Из пунк­тов А и В, рас­сто­я­ние между ко­то­ры­ми 19 км, вышли од­но­вре­мен­но нав­стре­чу друг другу два пе­ше­хо­да и встре­ти­лись в 9 км от А. Най­ди­те ско­рость пешехода, шед­ше­го из А, если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход, шед­ший из В, и сде­лал в пути по­лу­ча­со­вую остановку.

Решение: Построим схему, по данным задачи

1. Так как задача на движение навстречу, и, речь в задаче идет о двух объектах, то формула общей скорости будет равна: $V\_{1}+V\_{2}=V$
2. Из схемы видно, что разница в скоростях двух объектах равна 1 км/ч, тогда, если скорость меньшего объекта обозначим за $x$, то получим следующее: $V\_{1}=x+1,V\_{2}=x,$тогда их общая скорость сближения равна: $V=x+\left(x+1\right)=2x+1$
3. Определим из условия время и расстояние первого объекта: расстояние - $S\_{1}=9км$, тогда время - $t\_{1}=\frac{S\_{1}}{V\_{1}}=\frac{9}{x+1}$
4. Определим из условия время и расстояние второго объекта: расстояние - $S\_{2}=S-S\_{1}=19-9=10км$, тогда время - $t\_{2}=\frac{S\_{2}}{V\_{2}}=\frac{10}{x}$
5. Из условия задачи известно, что первый объект делал получасовую остановку, тогда разница во времени, между объектами составит: 30 мин = 0,5 ч. Таким образом, составим уравнение:

$$\frac{9}{x+1}-\frac{10}{x}=0,5$$

Решив уравнение, получим, что $x=4$км/ч это скорость второго объекта. Найдем, теперь скорость первого объекта: $V\_{1}=4+1=5$ км/ч

Получили результаты, которые можно считать реальными, то есть подходящими. Запишем ответ

Ответ. 5 км/ч.

Задача 2 Расстояние между го­ро­да­ми А и В равно 375 км. Город С на­хо­дит­ся между го­ро­да­ми А и В. Из го­ро­да А в город В вы­ехал автомобиль, а через 1 час 30 минут сле­дом за ним со ско­ро­стью 75 км/ч вы­ехал мотоциклист, до­гнал ав­то­мо­биль в го­ро­де С и по­вер­нул обратно. Когда он вер­нул­ся в А, ав­то­мо­биль при­был в пункт В. Най­ди­те рас­сто­я­ние от А до С.

Решение:

1. Обозначим ско­рость ( в км/ч) ав­то­мо­би­ля за  $x$, а время (в часах), за ко­то­рое мо­то­цикл про­ез­жа­ет от А до С за  $t$. Тогда имеем  $75t=V\left(t+1,5\right)$, от­ку­да  $V=\frac{150t}{2t+3}$. По­сколь­ку весь путь от А до В ав­то­мо­биль пре­одо­лел за время  $2t+1,5$, получаем:

$$V\left(2t+1,5\right)=375$$

$$\frac{150t}{2t+3}∙\left(2t+1,5\right)=375$$

$$300t^{2}+225t=750t+1125$$

$$4t^{2}-7t-15=0$$

$$t=3$$

Тогда АС=3$∙75=225$

Ответ: 225 км.

Задача 3.По направлению к Ростову-на-Дону одновременно отправились два состава, один из Москвы, другой из Курска. Московский поезд двигался 70 км/ч, а курский 52 км/ч. Через какое временя московский поезд догонит курский, если расстояние между этими городами 526 км?

Решение: Эту задачу попробуем решить в виде таблицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние, $S\left(км\right)$ |
| Московский поезд | 81 | ? | ? |
|  |  | $$x$$ | $$526$$ |
| Курский поезд | 65 | ? | ? |

Пусть $x-$это время, через которое московский поезд догонит курский.

Так движение идет «вдогонку», то скорость сближения можно найти по следующей формуле:$V=V\_{2}-V\_{1}$, где $V\_{2}-этоскоростькурскогопоезда,V\_{1}-скоростьмосковскогопоезда,$тогда, $V=81-65=16\left(\frac{км}{ч}\right)$.

Найдем теперь время по формуле: $t=\frac{S}{V}$, $t=\frac{526}{16}=32,875\left(ч\right).$

Ответ.32,875 ч.

Задача 4.Расстояние между при­ста­ня­ми А и В равно 80 км. Из А в В по те­че­нию реки от­пра­вил­ся плот, а через 2 часа вслед за ним от­пра­ви­лась яхта, которая, при­быв в пункт В, тот­час по­вер­ну­ла об­рат­но и воз­вра­ти­лась в А. К этому вре­ме­ни плот про­шел 22 км. Най­ди­те ско­рость яхты в не­по­движ­ной воде, если ско­рость те­че­ния реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение: решим данную задачу в табличной форме: Плот двигается по течению, а значит его скорость это скорость течения.

1. Обозначим скорость яхты за $x$, заполним вспомогательную таблицу:

|  |  |
| --- | --- |
| Скорость течения | $$V\_{теч}=2$$ |
| Скорость объекта по течению | $$V\_{потеч}=x+2$$ |
| Скорость объекта против течения | $$V\_{пр.теч}=x-2$$ |

1. Заполним по данным задачи основную таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, $V\left(\frac{км}{ч}\right)$ | Время, $t\left(ч\right)$ | Расстояние, $S\left(км\right)$ |
| Яхта по течению | $$x+2$$ |  | 80 |
|  |  | 9 |  |
| Яхта против течения | $$x-2$$ |  | 80 |
| Плот | $$2$$ | 11 | 22 |

1. Найдем время движения яхты по течению: $t\_{теч}=\frac{80}{x+2}$
2. Найдем время движения яхты против течения реки: $t\_{пр.теч}=\frac{80}{x-2}$
3. Составим уравнение:$\frac{80}{x+2}+\frac{80}{x-2}=9$

Решив данное уравнение, получим $x=18$, а значит, скорость яхты равна 18 км/ч

Ответ. 18 км/ч

4.**Подведение итогов**

Сегодня мы рассматривали решение практико-ориентированных задач, в частности, задачи на движение. Вспомнили виды задач на движение. А также решили несколько таких задач.

**5.Рефлексия**

Поставьте значок напротив того утверждения, которое больше всего подходит вам, после проведенного занятия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Все понятно | Остались кое-какие вопросы | Большая часть непонятна | Ничего не понятно |
|  |  |  |  |

**6.Постановка домашнего задания**

Выполнить задания на сайте Решу ОГЭ (9 кл) задание под номером 22, Решу ЕГЭ-профиль (10-11 кл) задание под номером 11.

**Спасибо за занятие!**

**ПРИЛОЖЕНИЕ 4**

**Программа элективного курса по математике «Практико-ориентированные задачи»**

***Пояснительная записка***

Концепция модернизации российского образования на период до 2010 г. предусматривает создание “системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию учащихся, в том числе с учетом реальных потребностей рынка труда… отработка гибкой системы профилей”. Широкий переход на профильное обучение в старших классах общеобразовательных учреждений Российской Федерации должен начаться с 2006/07 учебного года, а с 2005/06 учебного года – введение предпрофильной подготовки в 9-х классах.

Переход на массовое профильное обучение в настоящее время обусловлен рядом причин:

* отчетливая дифференциация интересов и жизненных планов учащихся (более 70% старшеклассников изъявляют желание изучать большинство образовательных предметов на уровне основ, а углубленно – лишь те, которые необходимы для дальнейшей профессиональной специализации);
* недостаточные, по мнению учащихся, условия школы для построения успешной профессиональной карьеры и подготовки к будущей профессиональной деятельности;
* необходимость осознанного выбора будущей профессии большинством выпускников общеобразовательной школы, что должно повысить экономическую эффективность затрат на образование, а также способствовать успешной социализации выпускников общеобразовательных школ;
* специфические требования, предъявляемые к выпускникам школ учреждениями профессионального (в частности, высшего)образования, необходимость преемственности между школой и вузом, устранение недостатков довузовской подготовки.

В настоящее время современное общество меняет взгляд на содержание математического образования. Основное внимание направлено на развитие способности учащихся применять полученные в школе знания и умения в жизненных ситуациях. Сегодня нужны функционально грамотные выпускники, способные вступать в отношения с внешней средой, быстро адаптироваться и функционировать в ней.

К основным целям обучения математике относится формирование умений строить математические модели простейших реальных явлений, исследовать явления по заданным модели, конструировать приложения моделей; приобщение учащихся к опыту творческой деятельности и формирование у них умения применять его. В связи с этим чрезвычайно важно познакомить их с некоторыми простейшими методами математики и особенно с ее главным методом математическим моделированием.

Метод моделирования, разработанный Д.Б.Элькониным, Л.А.Венгером, Н.А.Ветлугиной, Н.Н.Подьяковым, заключается в том, что мышление ребенка развивают с помощью разных схем, моделей, которые в наглядной и доступной для него форме воспроизводят скрытые свойства и связи того или иного объекта.

В основе метода моделирования лежит принцип замещения: реальный предмет ребенок замещает другим предметом, его изображением, каким-либо условным знаком.

Реализация этих целей предусматривает ориентацию образовательных систем на развитие у учащихся качеств, необходимых для жизни в современном обществе и осуществления практического взаимодействия с объектами природы, производства, быта. Важная роль в системе подготовки учащихся к применению приобретаемых знаний в практических целях принадлежит изучению школьного курса математики, поскольку универсальность математических методов позволяет отразить связь теоретического материала с практикой. Особенно хорош для этих целей метод математического моделирования, так как это не только мотивирует учащихся решать задачи практико-ориентированных задач, но и при решении ученик обучается применять математические знания к практическим нуждам, готовится к практической деятельности в будущем, к решению задач, выдвигаемых практикой, повседневной жизнью.

Решение практико-ориентированных задач методом математического моделирования приучает выделять посылки и заключения, данные и искомые, находить общее и особенное в данных, сопоставлять и противопоставлять факты.

Практико-ориентированные задачи, решаемые с помощью метода математического моделирования, используются как очень эффективное средство усвоения учащимися понятий, методов, вообще математических теорий, как наиболее действенное средство развития мышления учащихся, как универсальное средство математического воспитания и незаменимое средство привития учащимся умений и навыков в практических применениях математики. Решение практико-ориентированных задач данным методом хорошо служит достижению всех тех целей, которые ставятся перед обучением математике.

"Скажи мне - и я забуду. Покажи мне - и я запомню. Дай мне действовать самому - и я научусь". Эти слова мудрого Конфуция современны как никогда. Конечно, быстрее и легче показать, объяснить, чем позволить ученикам самим открывать знания и способы действий. Однако гораздо важнее для учащегося научиться самостоятельно ставить цели, анализировать, сопоставлять, оценивать, а главное - не бояться ошибаться в поисках нового пути.

**Цель элективного курса** - разработать методику обучения школьников решению задач с практическим содержанием в процессе реализации практико-ориентированного обучения математике.

**Задачи элективного курса**:

* обеспечить углубленное изучение различных видов практико-ориентированных задач;
* создать условия для дифференциации и индивидуализации обучения, выбора учащимися разных категорий индивидуальных образовательных траекторий в соответствии с их способностями, склонностями и потребностями;
* расширить возможности социализации учащихся, в частности, более эффективно готовить выпускников к профессиональному самоопределению;
* обеспечить преемственность общего и профессионального образования, устранив расхождения в требованиях, предъявленных к подготовке выпускников в школе.

Большими возможностями для реализации целей практико-ориентированного обучения обладают задачи с практическим содержанием. Однако, использование таких задач в качестве средства реализации практико-ориентированного обучения математике до настоящего времени является мало используемым. Это связано в связи с бурным развитием науки и техники и малой обновляемостью учебных материалов. Содержание учебников устаревает с каждым годом. Актуальным остается только изложение материала исторического содержания. Проблема учебника, в том числе, в возможности их адаптации в условиях современных гуманистических идей и тенденций в образовании.

Обучение с использованием практико-ориентированных задач приводит к более прочному усвоению информации, так как возникают ассоциации с конкретными действиями и событиями. Особенность этих заданий (необычная формулировка, связь с жизнью, межпредметные связи) вызывают повышенный интерес учащихся, способствуют развитию любознательности, творческой активности. Школьников захватывает сам процесс поиска путей решения задач. Они получают возможность развивать логическое и ассоциативное мышление обеспечивают развитие личности ученика: наблюдательности, умения воспринимать и перерабатывать информацию, делать выводы образного и аналитического мышления; умение применять полученные знания для анализа наблюдаемых процессов; развитие творческих способностей учащихся; раскрытие роли математики в современной цивилизации; помощь выпускникам школы в определении профиля их дальнейшей деятельности.

Таким образом, выбранная тема элективного курса “Математическое моделирование при решении практико-ориентированных задач по математике» злободневна в связи с тем, что ей отводится очень мало времени на изучение, хотя данные типы задач включены в контрольно-измерительные материалы как при сдаче ОГЭ (вторая часть), так и при сдаче ЕГЭ (как на базовом уровне, так и на профильном уровне). Соответственно, цель курса заключается в разработке тематического планирования, разработке методического пособия к по теме «Математическое моделирование при решении практико-ориентированных задач по математике», ориентации их на различные группы учащихся 10-11 классов.

**Место предмета в учебном плане**

Программа элективного курса «Математическое моделирование при решении практико-ориентированных задач» рассчитана на два года обучения учащихся старшей школы. Согласно учебному плану МБОУ Кичкинской СОШ на 2018-2019 учебный год для основного общего образования из компонента ОУ выделено 1,5 часа в неделю с целью выполнения стандарта для старшей школы, формирования системы знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, что при 35 учебных неделях составляет 105 часов за два года.

Доминантной формой учения является поисково-исследовательская деятельность учащихся, которая реализуется как на занятиях в классе, так и в ходе самостоятельной работы учащихся. Средствами для ее осуществления являются задания, которые предлагаются в сопровождающем курс учебном пособии.

**Планируемые результаты освоения учебного предмета курса**

В результате изучения элективного курса «Математическое моделирование при решении практико-ориентированных задач по математике» ученик должен

**Знать/понимать:**

* значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
* значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
* универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях деятельности;
* уметь строить различные математические модели при решении задач по математике и решать их;
* понимать практическое применение различных задач в математики в жизни;
* уметь выполнять практические расчёты по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
* Уметь выполнять построения и исследования простейших математических моделей;
* Уметь описывать и исследовать с помощью функций реальных зависимостей, представления их графические интерпретации графиков реальных процессов;
* Уметь решать геометрические, физические, экономические, юридические и другие прикладные задачи, в том числе задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений с применением аппарата математического анализа;
* Уметь анализировать реальные числовые данные, представленные в виде диаграмм, графиков, анализировать информацию статистического характера;
* Уметь моделировать несложные практические ситуации на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления длин, площадей и объёмов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

**Содержание учебного предмета**

Современные исследования показывают, что для решения проблемы подготовки учащихся к практической деятельности следует использовать новые подходы. В настоящее время разрабатывается концепция, основной идеей которой является усиление практического аспекта подготовки школьников за счет интеграции процессов формирования теоретических знаний и развития практических умений, что, безусловно, должно повысить действенность приобретаемых учащимися знаний. Эта концепция нашла отражение в теории практико-ориентированного обучения (И.Ю. Калугина, Н.В. Чекалева и др.), сущность которого заключается в обеспечении единства приобретения знаний и формирования практического опыта их использования при решении жизненно важных задач. Основной целью практико-ориентированного обучения является подготовка учащихся к решению задач, возникающих в практической деятельности человека, и формирование у них готовности к применению знаний и умений в процессе своей жизнедеятельности. Концептуальные положения теории практико-ориентированного обучения могут быть положены в основу создания методики, реализация которой должна обеспечить взаимосвязь и взаимообусловленность процессов формирования знаний и развития умений с целью приобретения учащимися опыта практической деятельности. При этом возникает вопрос о том, какие дидактические средства следует использовать для эффективной реализации подхода практико-ориентированного обучения математике.

Идея практико-ориентированного образования внедряется в систему общего образования. Значительным явлением стало введение Постановлением правительства РФ (№ 334 от 9.06.2003 г.) профильного обучения старшеклассников.

Большими возможностями для реализации целей практико-ориентированного обучения обладают задачи с практическим содержанием. Однако, использование таких задач в качестве средства реализации практико-ориентированного обучения математике до настоящего времени является мало используемым.

Данный элективный курс «Математическое моделирование при решении практико-ориентированных задач» как раз рассчитан на восполнение пробелов в сфере решения задач данного типа и направлен на подготовку учащихся 10-11 классов на сдачу Единого Государственного Экзамена, как на базовом, так и на профильном уровне.

Обучение с использованием практико-ориентированных задач приводит к более прочному усвоению информации, так как возникают ассоциации с конкретными действиями и событиями. Особенность этих заданий (необычная формулировка, связь с жизнью, межпредметные связи) вызывают повышенный интерес учащихся, способствуют развитию любознательности, творческой активности.

**Введение (5 часов)**

Классификация практико-ориентированных задач. Структура практико-ориентированных задач. Способы решения практико-ориентированных задач. Математическое моделирование, как основной способ решения практико-ориентированных задач.

**Раздел 1.Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии (10 часов)**

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n-го члена и суммы первых n членов прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Прикладные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.

**Раздел 2. Задачи на движение (12 часов)**

Классификация задач на движение. Компоненты задач на движение. Зависимость между величинами. Способы решения задач на движение. Задачи практического характера на движение.

**Раздел 3. Задачи на работу (12 часов)**

Классификация задач на работу. Компоненты задач на работу. Зависимость между величинами. Способы решения задач на работу. Задачи практического характера на работу.

**Раздел 4. Задачи на концентрацию (12 часов)**

Классификация задач на концентрацию. Компоненты задач на концентрацию. Зависимость между величинами. Способы решения задач на концентрацию. Задачи практического характера на концентрацию.

**Раздел 5. Задачи на смеси и сплавы (14 часов)**

Классификация задач на смеси и сплавы. Компоненты задач на смеси и сплавы. Зависимость между величинами. Способы решения задач на смеси и сплавы. Задачи практического характера на смеси и сплавы.

**Раздел 6. Задачи на оптимизацию (14 часов)**

Понятие оптимизационной задачи. Классификация задач на оптимизацию. Способы решения задач на оптимизацию. Задачи практического характера на движение.

**Раздел 7.Экономические задачи прикладного характера (12 часов)**

Понятие экономической задачи. Понятие сложного процента. Компоненты задач на концентрацию. Зависимость между величинами. Способы решения задач на концентрацию. Экономические задачи прикладного характера.

**Раздел 8. Геометрические задачи прикладной направленности (11 часов)**

Методы решения геометрических задач. Метод дополнительного построения. Метод подобия (подобие треугольников).      Метод замены. Метод введения вспомогательного неизвестного. Метод площадей. Метод «вспомогательных объёмов». Векторный метод. Координатный метод. Прикладные задачи по геометрии. Решение задач прикладного характера.

**Повторение (6 часов)**

*Итого на изучение курса отводится 1,5 часов в неделю (1 час в 10 классе, 2 часа в 11 классе), что при 35 рабочих неделях соответствует 105 часам за два года.*

**Тематическое планирование**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тема раздела.** | **Кол-во часов.** | **Содержание.** |
| Введение | 2 | Классификация практико-ориентированных задач. Структура практико-ориентированных задач. Способы решения практико-ориентированных задач. Математическое моделирование, как основной способ решения практико-ориентированных задач. |
| Раздел 1.Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии | 10 | Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n-го члена и суммы первых n членов прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Прикладные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию |
| Раздел 2. Задачи на движение | 12 | Классификация задач на движение. Компоненты задач на движение. Зависимость между величинами. Способы решения задач на движение. Задачи практического характера на движение. |
| Раздел 3. Задачи на работу | 12 | Классификация задач на работу. Компоненты задач на работу. Зависимость между величинами. Способы решения задач на работу. Задачи практического характера на работу. |
| Раздел 4. Задачи на концентрацию | 16 | Классификация задач на концентрацию. Компоненты задач на концентрацию. Зависимость между величинами. Примеры использования основных методов решения в задачах различных типов. Задачи на понижение концентрации. Задачи на «высушивание». Задачи на смешивание растворов различных концентраций. Задачи на переливание. Способы решения задач на концентрацию. Задачи практического характера на концентрацию. |
| Раздел 5.Задачи на смеси и сплавы | 12 | Классификация задач на смеси и сплавы. Компоненты задач на смеси и сплавы. Зависимость между величинами. Способы решения задач на смеси и сплавы. Задачи практического характера на смеси и сплавы. |
| Раздел 6. Задачи на оптимизацию | 12 | Понятие оптимизационной задачи. Классификация задач на оптимизацию. Способы решения задач на оптимизацию. Задачи практического характера на движение. |
| Раздел 7. Экономические задачи прикладного характера | 12 | Понятие экономической задачи. Понятие сложного процента. Компоненты задач на концентрацию. Зависимость между величинами. Способы решения задач на концентрацию. Экономические задачи прикладного характера. |
| Раздел 8. Геометрические задачи прикладной направленности | 11 | Методы решения геометрических задач. Метод дополнительного построения. Метод подобия (подобие треугольников).      Метод замены. Метод введения вспомогательного неизвестного. Метод площадей. Метод «вспомогательных объёмов». Векторный метод. Координатный метод. Прикладные задачи по геометрии. Решение задач прикладного характера. |
| Повторение | 6 |  |
| **ИТОГО:** | **105** |  |

**ПРИЛОЖЕНИЕ 5**

**Практико-ориентированные задачи для IX – XI классов**

Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии

1. Дана ариф­ме­ти­че­ская прогрессия: 33; 25; 17; … . Най­ди­те пер­вый от­ри­ца­тель­ный член этой прогрессии
2. Последовательность за­да­на фор­му­лой $c\_{n}=\frac{66}{n+1}.$ Сколь­ко чле­нов в этой по­сле­до­ва­тель­но­сти боль­ше 8?
3. Одна из дан­ных по­сле­до­ва­тель­но­стей яв­ля­ет­ся гео­мет­ри­че­ской прогрессией. Ука­жи­те эту последовательность.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a)$10,6,2,-2$, … | b) $5,\frac{5}{2},\frac{5}{4},\frac{5}{8},…$ | с) $1,2,3,5,…$ | d) $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},…$ |

**4.** Выписаны пер­вые не­сколь­ко чле­нов гео­мет­ри­че­ской прогрессии: 17; 68; 272; ... Най­ди­те её седьмой член

**5.**Вы­пи­са­ны пер­вые не­сколь­ко чле­нов гео­мет­ри­че­ской про­грес­сии: − 256; 128; − 64; … Най­ди­те сумму пер­вых семи её членов.

Задачи на движение

1. Два бе­гу­на од­но­вре­мен­но стар­то­ва­ли в одном на­прав­ле­нии из од­но­го и того же места кру­го­вой трас­сы в беге на не­сколь­ко кругов. Спу­стя один час, когда од­но­му из них оста­ва­лось 3 км до окон­ча­ния пер­во­го круга, ему сообщили, что вто­рой бегун прошёл пер­вый круг 9 минут назад. Най­ди­те ско­рость пер­во­го бегуна, если известно, что она на 6 км/ч мень­ше ско­ро­сти второго
2. Рыболов в 5 часов утра на мо­тор­ной лодке от­пра­вил­ся от при­ста­ни про­тив те­че­ния реки, через не­ко­то­рое время бро­сил якорь, 2 часа ловил рыбу и вер­нул­ся об­рат­но в 10 часов утра того же дня. На какое рас­сто­я­ние от при­ста­ни он отплыл, если ско­рость реки равна 2 км/ч, а соб­ствен­ная ско­рость лодки 6 км/ч?
3. Расстояние между го­ро­да­ми А и В равно 750 км. Из го­ро­да А в город В со ско­ро­стью 50 км/ч вы­ехал пер­вый автомобиль, а через три часа после этого нав­стре­чу ему из го­ро­да В вы­ехал со ско­ро­стью 70 км/ч вто­рой автомобиль. На каком рас­сто­я­нии от го­ро­да А ав­то­мо­би­ли встретятся?
4. Рас­сто­я­ние между двумя при­ста­ня­ми по реке равно 80 км. Катер прошёл от одной при­ста­ни до дру­гой, сде­лал сто­ян­ку на 1 ч 20 мин и вер­нул­ся об­рат­но. Всё пу­те­ше­ствие за­ня­ло 10 $\frac{1}{3}$ ч. Най­ди­те ско­рость те­че­ния реки, если из­вест­но, что ско­рость ка­те­ра в сто­я­чей воде равна 18 км/ч.
5. Баржа про­шла по те­че­нию реки 40 км и, по­вер­нув об­рат­но, про­шла ещё 30 км, за­тра­тив на весь путь 5 часов. Най­ди­те соб­ствен­ную ско­рость баржи, если ско­рость те­че­ния реки равна 5 км/ч.

Задачи на работу

1. Три бри­га­ды из­го­то­ви­ли вме­сте 114 деталей. Известно, что вто­рая бри­га­да из­го­то­ви­ла де­та­лей в 3 раза больше, чем первая, и на 16 де­та­лей меньше, чем третья. На сколь­ко де­та­лей боль­ше из­го­то­ви­ла тре­тья бригада, чем первая.
2. Три бри­га­ды из­го­то­ви­ли вме­сте 266 де­та­лей. Из­вест­но, что вто­рая бри­га­да из­го­то­ви­ла де­та­лей в 4 раза боль­ше, чем пер­вая и на 5 де­та­лей мень­ше, чем тре­тья. На сколь­ко де­та­лей боль­ше из­го­то­ви­ла тре­тья бри­га­да, чем пер­вая.
3. Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.
4. На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
5. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 18 рабочих, а во второй — 22 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Задачи на концентрацию

1. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?
2. Собрали 8 кг свежих цветов ромашки. Влажность которых 85% После того как цветки высушили, их влажность составила 20%. Чему равна масса цветков ромашки после сушки?
3. Имеется 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды. После выпаривания получили массу, содержащую 25% целлюлозы. Сколько кг воды было выпарено?
4. Из 60% водного раствора спирта испарилась половина воды и $\frac{2}{3}$спирта. Какова процентное содержание спирта в получившемся растворе?
5. Сколько нужно добавить воды в 50г 30% кислоты, чтобы раствор стал 10%?

Задачи на смеси и сплавы

1. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 12% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.
2. Име­ет­ся два спла­ва с раз­ным со­дер­жа­ни­ем меди: в пер­вом со­дер­жит­ся 70%, а во вто­ром — 40% меди. В каком от­но­ше­нии надо взять пер­вый и вто­рой спла­вы, чтобы по­лу­чить из них новый сплав, со­дер­жа­щий 50% меди?
3. Первый сплав со­дер­жит 5% меди, вто­рой — 11% меди. Масса вто­ро­го спла­ва боль­ше массы пер­во­го на 4 кг. Из этих двух спла­вов по­лу­чи­ли тре­тий сплав, со­дер­жа­щий 10% меди. Най­ди­те массу тре­тье­го сплава.
4. Смешав 60%−ый и 30%−ый рас­тво­ры кис­ло­ты и до­ба­вив 5 кг чи­стой воды, по­лу­чи­ли 20%−ый рас­твор кислоты. Если бы вме­сто 5 кг воды до­ба­ви­ли 5 кг 90%−го рас­тво­ра той же кислоты, то по­лу­чи­ли бы 70%−ый рас­твор кислоты. Сколь­ко ки­ло­грам­мов 60%−го рас­тво­ра ис­поль­зо­ва­ли для по­лу­че­ния смеси?
5. Имеются два сосуда, содержащие 22 кг и 18 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 30% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Задачи на комбинаторику и теорию вероятностей

**1.**Если первый шахматист А. играет черными фигурами, то он выигрывает у второго шахматиста с вероятностью 0,7. Если первый играет белыми, то он выигрывает у второго
с вероятностью 0,55. Шахматисты играют две партии, причём
во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что первый шахматист выиграет оба раза.

**2.**Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

1. На доске выписан набор − 13, − 8, − 6, − 5, − 1, 2, 7. Какие числа были задуманы?
2. Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 7 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
3. Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

**3.**На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Площадь», равна 0,45. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Углы», равна 0,45. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

**4.**Опре­де­ли­те ве­ро­ят­ность того, что при бро­са­нии ку­би­ка вы­па­ло число очков, не боль­шее 3.

Сред­ний рост жи­те­ля го­ро­да, в ко­то­ром живет Даша, равен 170 см. Рост Даши 173 см. Какое из сле­ду­ю­щих утвер­жде­ний верно?

1. Даша — самая вы­со­кая де­вуш­ка в го­ро­де.
2. Обя­за­тель­но най­дет­ся де­вуш­ка ниже 170 см.
3. Обя­за­тель­но най­дет­ся че­ло­век ро­стом менее 171 см.
4. Обя­за­тель­но най­дет­ся че­ло­век ро­стом 167 см.

**5.**В груп­пе из 20 рос­сий­ских ту­ри­стов не­сколь­ко че­ло­век вла­де­ют ино­стран­ны­ми языками. Из них четверо го­во­рят толь­ко по-немецки, трое толь­ко по-английски, двое по-польски и по-английски. Ка­ко­ва ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­но вы­бран­ный ту­рист го­во­рит по-английски?

Задачи на оптимизацию

1. В двух областях есть по 250 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи х кг алюминия в день требуется x2 человеко-часов труда, а для добычи у кг никеля в день требуется y2 человеко-часов труда. Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?
2. На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 60 человек, и один рабочий изготавливает за смену 10 деталей А или 15 деталей В. На втором комбинате работает 260 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей А и 10 деталей В. Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужны 2 детали А и 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях сможет собрать комбинат за смену?
3. На первый курс на специальность «Информатика» поступило 46 человек: 34 мальчика и 12 девочек. Их распределяют по двум группам численностью 22 и 24 человека, причем в каждой группе должна учиться, по крайней мере, одна девочка.
Каким должно быть распределение по группам, чтобы сумма чисел, равных процентам девочек в первой и второй группах, была наибольшей?
4. В прямоугольной комнате, площадью $42м^{2}$, требуется установить плинтусы по всему периметру. Стоимость 1 м плинтуса составляет 280 рублей. При каких целых линейных размерах комнаты затраты на покупку плинтуса будут наименьшими?
5. Компания изготавливает и продает изделия. Если одно изделие стоит 2000 рублей, то реализуется 1000 штук изделий. При снижении цены одного изделия на 50 рублей, объемы реализации возрастают на 50 штук. При какой цене фирма получит максимальный доход и какого его значение?

Экономические задачи прикладного характера

**1.**Если объем партии товара не превышает 5 000 единиц, то товар продается по 100 рублей за единицу. При большем объеме покупатель требует скидку в размере 12,5 рублей с каждой 1 000 товара, превышающей 5000. Какую максимальную прибыль может получить продавец?

**2.**В  начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 2 000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

**3.**Производство *x* тысяч единиц некоторой продукции обходится в $q=4x^{2}+x+6,$ миллионов рублей в год, прибыль от их продажи (в миллионах рублей) составляет $\left(px-q\right).$ При каком наименьшем значении $p$ через 4 года прибыль составит не менее 40 миллионов рублей?

**4.**Пятнадцатого декабря планируется взять кредит в банке на 1 000 000 рублей на (n+1) месяц. Условия его возврата таковы:

* 1. первого числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;
	cо второго по четырнадцатое число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
	2. пятнадцатого числа каждого месяца с первого по n-й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на пятнадцатое число предыдущего месяца;
	3. пятнадцатого числа n-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
	4. к ятнадцатому числу (n + 1)-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

1. пятнадцатого декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:
	1. первого числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
	2. со второго по четырнадцатое число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
	3. пятнадцатого числа каждого месяца с первого по двадцатый долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на пятнадцатое число предыдущего месяца;
	4. к пятнадцатому числу двадцатьпервого месяца кредит должен быть полностью погашен.
	Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

Геометрические задачи прикладной направленности

* 1. У хозяйки есть две банки для крупы. У одной квадратное дно 10х10 см и высота 19 см, а у другой круглое дно с радиусом 6 см и высота 18 см. В какую банку войдет больше крупы?
	2. Радиус земного шара равен 6370 км. Вычислите объем Земли, площадь поверхности, площадь суши (примерно 29% площади поверхности)
	3. Эйфелева башня в Париже, высота которой около 300 м, сделана из железа и имеет массу около 8000 т. Какую высоту будет иметь железная модель ее массой 1 кг?
	4. На вершинах двух елок сидят две вороны. Высота елок равна 4 м и 6 м. Расстояние между ними равно 10 м. На каком расстоянии *BE*нужно положить сыр для этих ворон, чтобы они находились в равных условиях, т.е. чтобы расстояния от них до сыра было одинаковыми?



## 5.Лестница длиной 12,5м приставлена к стене так, что расстояние от её нижнего конца до стены равно 3,5м. На какой высоте от земли находится верхний конец лестницы?

## 1v-06

**ПРИЛОЖЕНИЕ 6**

**Результаты опытно-экспериментальной работы**

Рис 1. Годовые оценки по алгебре за 2017-2018 учебный год

Рис. 2. Уровень сформированности умения решать практико-ориентированные задачи

Рис. 3. Индекс удовлетворенности методом математического моделирования к решению практико-ориентированных задач по классам

Рис. 4. Индекс удовлетворенности методом математического моделирования к решению практико-ориентированных задач по группам

Рис. 5. Уровень сформированности навыков решения практико-ориентированных задач экспериментальной группы

Рис. 6. Уровень сформированности навыков решения практико-ориентированных задач в контрольной группе

Рис. 7. Уровень сформированности навыков решения практико-ориентированных задач

Рис. 8. Уровень сформированности навыков решения практико-ориентированных задач экспериментальной группы по типам задач

**Рис. 9. Сравнительный анализ сформированности навыков решения практико-ориентированных задач экспериментальной группы на разных этапах эксперимента**

**Рис. 10. Сравнительный анализ сформированности навыков решения практико-ориентированных задач экспериментальной и контрольной группы на контрольном этапе**

**Рис. 10. Уровень удовлетворенности знаниями по математике по умению решать практико-ориентированные задачи**

**Рис. 11. Испытываете ли вы затруднения при решении практико-ориентированных задач?**

**Рис. 12. С какими типами практико-ориентированных задач вы можете справиться?**

**Рис. 13. Хотели бы вы научиться решать практико-ориентированные задачи?**

**Рис. 14. Необходимо ли обучать решению практико-ориентированных задач**?

**Рис. 15. Уровень освещенности практико-ориентированных задач в используемых учебниках математики**

**Рис. 16. Где можно научиться решению практико-ориентированных задач?**

**Рис. 17. Могут ли учащиеся самостоятельно научиться решению практико-ориентированных задач?**

**ПРИЛОЖЕНИЕ 7**