УДК 519.17

Шевцова Мария Витальевна

к.ф.-м.н., доцент кафедры математики

Белгородский государственный университет

Белгород

Shevtsova Maria Vitalievna

Belgorod University

shevtsova\_m@bsu.edu.ru

Уханёва Дарья Андреевна

студент

Белгородский государственный университет

Белгород

Ukhanyova Daria Andreevna

Belgorod University

uhaneva2013@gmail.com

**ИЗУЧЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ КОРНЕЙ МНОГОЧЛЕНА С ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ШКОЛЕ**

**STUDYING THE REAL ROOTS OF A POLYNOMIAL WITH REAL COEFFICIENTS AT SCHOOL**

**Аннотация:** В статье рассматривается изучение действительных корней многочленов и нахождения корней многочленов с действительными коэффициентами в школе. Данная тема является классической задачей алгебры, которая часто встречается как в учебных программах, так и в олимпиадах по математике. Представленный материал базируется на анализе актуальных педагогических и методических подходов к обучению алгебре и решению уравнений.

**Abstract:** The article deals with the study of the real roots of polynomials and finding the roots of polynomials with real coefficients in school. This topic is a classic algebra problem that is often found both in curricula and in math Olympiads. The presented material is based on the analysis of current pedagogical and methodological approaches to teaching algebra and solving equations.

**Ключевые слова:** многочлен, действительные корни, школа, алгебра, коэффициенты, математика, олимпиадная задача, квадратные уравнения, теорема Виета

**Keywords:** polynomial, valid roots, school, algebra, coefficients. Mathematics, olympiad task, quadratic equations, Vieta's theorem

**Введение**

Исследование вопроса о вычислении корней многочленов составляет основное содержание высшей алгебры. С изучением многочленов связан целый ряд преобразований в математике: введение в рассмотрение нуля, отрицательных, а затем и комплексных чисел, а также появление теории групп как раздела математики и выделение классов специальных функций в анализе. В прикладных задачах важную роль играет также задача аппроксимации действительных корней многочлена путем указания достаточно точных границ области их расположения на числовой прямой. Для школьников это представляет собой первый шаг в понимании математических концепций. Изучение задач, связанных с корнями многочленов с действительными коэффициентами, имеет не только теоретическое, но и практическое значение для развития математического мышления у учащихся.

**Изучение многочленов в средней школе**

Изучение многочленов в школе начинается с 7-го класса [1]. В УМК выделена целая глава на изучение данной темы, в которой подробно изучается сумма и разность многочленов, произведение одночлена и многочлена, произведение многочленов. На данный раздел выделается порядка 17 часов. Сначала учащиеся узнают определение многочленов, зачем что такое стандартный вид многочлена, изучают основные свойства многочленов, учатся выполнять операции с многочленами.

В 7 классе учебники по алгебры ограничиваются изучением лишь действительных корней многочлена с действительными коэффициентами, все силы направлены именно на это.

До изучения темы «Многочлены», обучающиеся знакомы с решением линейных уравнений. Поэтому при изучении данной темы, они узнают, что же является корнем многочлена, и учатся находить корни лишь приравнивая к нулю многочлен, путём линейных преобразований. Но корни эти являются либо натуральными числами, либо целыми. Так как обучающиеся знакомятся с рациональными и иррациональными числами только лишь в 8 классе.

В начале 8-го класса обучающиеся знакомятся с рациональными и иррациональными числами. Теперь они знают о множестве действительных чисел. После того, как ученики познакомятся с квадратным корнем, идёт важнейшая тема: «Квадратные уравнения и его корни». Данная тема подразумевает в себе изучение неполных квадратных уравнений, дискриминанта, формул корней квадратного уравнения, теоремы Виета для нахождения корней квадратного уравнения и дробно-рациональных уравнений. Нахождение действительных корней многочлена с действительными коэффициентами сводится к решению квадратных уравнений.

Методически является очень важным давать задания на решение квадратных уравнений с использованием различных переменных (не только x, y), но и других букв, для того чтобы у ученика не возникло чувство страха и недоумения перед заданием с другой буквой, хотя оно ничем не отличается от обычных. В 8–11 классах эти знания применяются в решении квадратных уравнений и неравенств, и всевозможных текстовых задач, которые решаются с помощью них.

**Изучение действительных корней многочлена с действительными коэффициентами в старшей школе**

В 9 классе изучается такая тема, как: «Квадратный трёхчлен и его корни», основная цель изучения − повторение решения квадратных уравнений, а также изучение выделения квадратного двучлена из квадратного трёхчлена и разложение квадратного трёхчлена на множители [2]. В некоторых УМК есть в программе изучение уравнений высших степеней. В школе изучают уравнение 3 и 4 степеней. Кубические уравнения обычно учат решать с помощью элементарных преобразований, разложений на множители, где в итоге получается произведение либо нескольких линейных уравнений, либо и линейных, и квадратных [3]. Тут следует придерживаться правилу: произведение множителей равно нулю, если один из множителей равен нулю. Очень распространены биквадратные уравнения, для их решения вводят новую переменную.

В 10–11 классах уже происходит повторение, углубление и расширение представления учащихся о действительных числах [5].

**ОГЭ и ЕГЭ**

 ОГЭ содержит в себе 2 задания из первой части и 2 задания из второй части по данной теме. Они проверяют умение решать квадратные уравнения и неравенства, их систем, решать текстовые задачи с помощью уравнений и решение уравнений высший степеней. Но важно отметить, что как в ОГЭ, так и в ЕГЭ, эти уравнения могут быть различного типа [8].

2 задания из первой части являются базового уровня, а из второй части №20−повышенной сложности, №21−высокой.

В базовом ЕГЭ есть всего 3 задания, которые проверяют умение решать уравнения и неравенства, находя их корни и составлять уравнение по текстовой задаче. В профильном ЕГЭ эта тема также задействована. Все они также проверяют умение решать уравнения и неравенства. Важно отметить, что на ОГЭ и ЕГЭ базового уровня в КИМ присутствуют справочные материалы, где указаны все формулы для нахождения корней квадратного уравнения [8].

**Олимпиадные задачи**

Задачи, связанные с корнями многочлена с действительными коэффициентами в математических олимпиадах, встречаются не так часто, но всё же они имеют место быть. Во многих задачах делает опора на теорему Виета, которая проходится в 8 классе, однако решение таких задач требует углубленного изучения данной темы, понимания алгебраических методов и умения логически мыслить [4]. Олимпиадные задачи не только развивают способности анализа и логического мышления учащихся, но и открывают перед учащимися новые горизонты в изучении теории многочленов и алгебры в целом.

Примером классической олимпиадной задачи может служить задача о нахождении всех корней многочлена вида $P(x) = x^{3}-2x^{2} +x -1$. Для решения данной задачи необходимо воспользоваться теоремой о действительных корнях многочлена и методами факторизации. Путем деления многочлена на линейные множители и последующего решения уравнения найдутся все корни многочлена [7].

**Задачи повышенной сложности**

Задачи повышенной сложности требуют глубоких знаний теории многочленов и могут включать в себя многочлены более высоких степеней, а также многочлены с коэффициентами, представленными в форме, которая требует длительного анализа. Например, задача на нахождение всех корней многочлена $P\left(x\right)= x^{4}- 5x^{3}+ 6x^{2}+ x-6$ может требовать использования специальных методов, таких как метод Рафинования Кардано или метод действительного разложения [6]. Такие задачи могут стать не только интересным вызовом на олимпиадах, но и полезным инструментом для развития аналитических навыков учащихся.

# Заключение

Изучение действительных корней многочлена с действительными коэффициентами является важным этапом в обучении алгебре. Правильно организованный учебный процесс, базирующийся на системном подходе и практическом применении полученных знаний, способствует успешному освоению материала учащимися и формированию их математической компетентности. Очень важно уделять большее количество времени для качественного и эффективного изучения школьниками данной темы, так как с ней связано довольно много заданий на экзаменах, как в 9 классе, так и в 11 классе.

# Список литературы:

1. Алгебра. 7 класс. Учебник - Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б.
2. Алгебра. 9 класс: учеб. Для общеобразовательных организаций / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М.: Просвещение, 2014. – 335 с.: ил – (МГУ - школе).
3. Алфутова Н. Б. Устинов А. В. / Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. — М.: МЦНМО, 2002. — 264 с.
4. Всероссийские олимпиады школьников по математике,1993–2006: Окружной и финальный этапы / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова.— М.: МЦНМО, 2007. — 472 с.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел: Учеб. пособие для педагогических институтов. — М.: Высш. школа, 1979. — 559 с.
6. Математика в задачах. Сборник материалов выездных школ команды Москвы на Всероссийскую математическую олимпиаду / Под ред. А. А. Заславского, Д. А. Пермякова, А. Б. Скопенкова, М. Б. Скопенкова и А. В. Шаповалова. — М.: МЦНМО, 2009. —488 с.
7. Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы / Н. X. Агаханов, О. К. Подлипский. — М. : Просвещение, 2010. — 192 с.
8. Федеральный институт педагогических измерений. Режим доступа: https://fipi.ru/ (дата обращения: 22.03.2024 г.)