

Задания к итоговому зачёту по геометрии в 8 классе (максимальный балл - 8)

В билете содержится 2 теоретических вопроса (по 2 балла) + одна задача «на нахождение» из блока №1 (2 балла) + одна задача «на доказательство» из блока №2 (2 балла).

К решению задач ученик допускается лишь при условии сданной теории не ниже 3 баллов.

Критерии оценивания: 7,6-8 – отлично, 6,6-7,5 – хорошо, 5,0-6,5 – удовлетворительно.

Теория:

1. Ломаная, многоугольник и их элементы. Сумма углов выпуклого многоугольника (с доказательством) (стр. 97-99 п.42)
2. Параллелограмм. Свойства параллелограмма (с доказательством) (стр. 100-101 п.43)
3. Параллелограмм. Признаки параллелограмма (с доказательством) (стр. 101-102 п.44)
4. Трапеция. Виды трапеции. Свойства равнобедренной трапеции (с доказательством) (стр. 103 п.45, №388)
5. Трапеция. Виды трапеции. Признаки равнобедренной трапеции (с доказательством) (стр. 103 п.45, №389)
6. Теорема Фалеса (с доказательством) (№ 385), обобщенная теорема Фалеса (с доказательством) (№ 556)
7. Прямоугольник. Специфическое свойство и признак прямоугольника (с доказательством) (стр. 108 п.46)
8. Ромб и квадрат. Специфические свойства ромба (с доказательством) (стр. 109 п.47)
9. Свойство площадей (б/д), площадь квадрата (б/д), площадь прямоугольника (с доказательством) (стр. 116-121 п. 49-51)
10. Площадь параллелограмма, треугольника, трапеции (с доказательством) (стр. 122-126 п. 52-54)
11. Теоремы об отношении площадей треугольников с равными высотами и с равным углом (с доказательством) (стр. 124-125 следствие 2; теорема)
12. Теорема Пифагора: прямая и обратная (с доказательствами) (стр. 128-130 п. 55-56)
13. Формула Герона (с доказательством) (стр. 130-131 п. 57)
14. Подобные треугольники. Отношение площадей подобных треугольников (с доказательством) (стр. 138-139 п. 59-60)
15. Признаки подобия треугольников (с доказательствами) (стр. 141-143 п. 61-63)
16. Средняя линия треугольника и её свойство (с доказательством), свойство медиан треугольника (с доказательством) (стр. 145-146 п. 64)
17. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике (с доказательствами) (стр. 146-147 п. 65)
18. Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Основное тригонометрическое тождество (с доказательством). Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30° , 45° и 60° (с выводом) (стр. 154-157 п. 68-69)
19. Касательная к окружности. Свойство и признак касательной к окружности (с доказательством). Свойства отрезков касательных, проведённых из одной точки (с доказательством) (стр. 164-165, п.71)
20. Дуга, градусная мера дуги. Центральный и вписанный угол. Свойства вписанного угла и следствия (с доказательством) (стр. 167-170 п. 72-73)
21. Доказательство свойств углов в окружности: угол между секущими, проведёнными из одной точки; угол между пересекающимися хордами; угол между касательными, проведёнными из одной точки (№ 718, 719)
22. Доказательство свойств отрезков в окружности: отрезки секущих, проведёнными из одной точки; отрезки пересекающихся хорд; отрезки касательной и секущей, проведённых из одной точки (стр. 170 теорема; № 670, 672)
23. Доказательство свойств: в окружности равные хорды стягивают дуги равной градусной меры и наоборот; параллельные хорды отсекают от окружности дуги равной градусной меры (№ 659, 716)
24. Свойство биссектрисы угла (с доказательством). ГМТ. Свойство биссектрис треугольника (с доказательством) (стр. 173-174 п. 74)
25. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку (с доказательством). ГМТ. Свойство серединных перпендикуляров к сторонам треугольника (с доказательством) (стр. 174-175 п. 75)
26. Замечательные точки треугольника и их свойства. Теорема о пересечении высот треугольника (с доказательством) (стр. 176-177 п. 76)

27. Вписанная окружность. Теорема об окружности, вписанной в треугольник (с доказательством). Формула площади треугольника через радиус вписанной окружности (с выводом) (стр. 178-180 п. 77)
28. Вписанная окружность. Свойство и признак вписанного четырёхугольника (с доказательством) (стр. 178-180 п. 77)
29. Описанная окружность. Теорема об окружности, описанной около треугольника (с доказательством). Единственность окружности, описанной около треугольника (с обоснованием) (стр. 181 п. 78)
30. Описанная окружность. Свойство и признак описанного четырёхугольника (с доказательством) (стр. 181-182 п. 78)

Задачи на нахождение (блок №1)

№1.	Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 10$, $DC = 25$, $AC = 56$.
№2.	В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 5$, $BC = 12$. Найдите медиану CK этого треугольника.
№3.	Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.
№4.	Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 6 и 10. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.
№5.	Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 10$, $AC = 40$.
№6.	Прямая AD , перпендикулярная медиане BM треугольника ABC , делит её пополам. Найдите сторону AB , если сторона AC равна 10.
№7.	Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 12$, $AC = 42$, $NC = 25$.
№8.	Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC , если $BK:KA = 2:3$, $KM = 22$.
№9.	Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC относится к длине стороны AB как $2 : 3$. Найдите отношение площади треугольника AKM к площади треугольника ABC .
№10.	Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает ее боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 28$, $BC = 14$, $CF:DF = 4:3$.
№11.	Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD = 36$.
№12.	Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$.
№13.	В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 16, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.
№14.	Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 18, а периметр равен 56. Найдите площадь трапеции.
№15.	Прямая, параллельная основаниям MP и NK трапеции $MNKP$, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны MN и KP в точках A и B соответственно. Найдите длину отрезка AB , если $MP = 40$, $NK = 24$.
№16.	Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь трапеции.
№17.	В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD равны, CH — высота, проведённая к большему основанию AD . Найдите длину отрезка HD , если средняя линия KM трапеции равна 16, а меньшее основание BC равно 4.
№18.	Основания трапеции равны 16 и 34. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

№19.	Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK=7$, $CK=12$.
№20.	Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите BC , если $AB=34$.
№21.	Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает его сторону BC в точке E . Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $BE=7$, $EC=3$, а угол $ABC=150^\circ$.
№22.	В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 5.
№23.	Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH=12$ и $CH=3$. Найдите высоту ромба.
№24.	Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.
№25.	Периметр прямоугольника равен 56, а диагональ равна 27. Найдите площадь этого прямоугольника.
№26.	На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что угол $NBA=32^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.
№27.	Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности в точке A , O – центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 130° .
№28.	Прямая касается окружности в точке K . Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 54° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.
№29.	Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB=24$, а расстояние от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 16 и 12.
№30.	Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB=18$, $CD=24$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 12.
№31.	Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB=15$, $AC=25$.
№32.	Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK=18$, а сторона AC в 1,2 раза больше стороны BC .
№33.	Точка H является основанием высоты BH , проведенной из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK , если $BH=14$.
№34.	Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 49° , 69° и 62° .
№35.	В треугольнике ABC угол C равен 90° , радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника ABC , если $AB=12$.
№36.	Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $5\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.
№37.	Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 73° и 77° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 9.
№38.	Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 2:3:7. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 16.
№39.	В треугольнике ABC угол B равен 72° , угол C равен 63° , $BC=2\sqrt{2}$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.
№40.	Радиус окружности с центром в точке O равен 82, длина хорды AB равна 36. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной.

Задачи на доказательство (блок №2)

<p>№1. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны. Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.</p>	
<p>№2. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E. Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.</p>	
<p>№3. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1. Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.</p>	
<p>№4. В равностороннем треугольнике ABC точки M, N, K — середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равносторонний.</p>	
<p>№5. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точки M, N, K — середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равнобедренный.</p>	
<p>№6. В равностороннем треугольнике ABC точки M, N, K — середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что $BMKN$ — ромб.</p>	
<p>№7. На стороне AC треугольника ABC отмечены точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что если $BD = BE$, то $AB = BC$.</p>	
<p>№8. На медиане BD треугольника ABC отмечена точка K. Докажите, что если $KA = KC$, то $AB = BC$.</p>	
<p>№9. В треугольнике ABC угол B равен 36°, $AB = BC$, AD — биссектриса. Докажите, что треугольник ADB — равнобедренный.</p>	
<p>№10. В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60°. Докажите, что точки A, C, центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.</p>	
<p>№11. В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60°. Докажите, что точки A, C, центр описанной окружности треугольника ABC и центр вписанной окружности треугольника ABC лежат на одной окружности.</p>	
<p>№12. В остроугольном треугольнике ABC точки A, C, центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60°.</p>	
<p>№13. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.</p>	
<p>№14. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне CD. Докажите, что M — середина CD.</p>	
<p>№15. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.</p>	
<p>№16. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD. Точка M — середина стороны AD. Докажите, что CM — биссектриса угла BCD.</p>	
<p>№17. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.</p>	
<p>№18. Биссектрисы углов A и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне BC. Докажите, что точка M равноудалена от прямых AB, AD и CD.</p>	
<p>№19. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.</p>	
<p>№20. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.</p>	

№21.	Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
№22.	Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4,5 и 18, $BD = 9$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
№23.	Точка E – середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.
№24.	В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.
№25.	В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
№26.	В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AOB .
№27.	В параллелограмме $ABCD$ точка E – середина стороны CD . Известно, что $EA = EB$. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.
№28.	В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что $BFDE$ – параллелограмм.
№29.	В параллелограмме $ABCD$ точки E, F, K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $CF = AM, BE = DK$. Докажите, что $EFKM$ – параллелограмм.
№30.	Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.
№31.	В параллелограмме проведены биссектрисы противоположных углов. Докажите, что отрезки биссектрис, заключенные внутри параллелограмма, равны.
№32.	Два квадрата имеют общую вершину (см. рисунок). Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CE равны.
№33.	Середины сторон параллелограмма являются вершинами ромба. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.
№34.	Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. Точка M лежит на основании AD и равноудалена от концов другого основания. Докажите, что M – середина основания AD .
№35.	Три стороны параллелограмма равны. Докажите, что отрезок с концами в серединах противоположных сторон параллелограмма равен четверти его периметра.
№36.	В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH = BE$. Докажите, что $ABCD$ – ромб.
№37.	В окружности с центром O проведены две хорды AB и CD так, что центральные углы AOB и COD равны. На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL . Докажите, что OK и OL равны.
№38.	В окружности через середину O хорды AC проведена хорда BD так, что дуги AB и CD равны. Докажите, что O – середина хорды BD .
№39.	Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m:n$.
№40.	Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что отрезки AB и IJ перпендикулярны.

